

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/301289680>

Distribution spatiale des discontinuités dans une falaise Approche statistique et probabiliste

Book · January 1996

CITATION

1

READS

6

1 author:



[Michel Jaboyedoff](#)

University of Lausanne

468 PUBLICATIONS 2,948 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Promoting "Euro-Mediterranean Journal for Environmental Integration" [View project](#)



CHANGES [View project](#)

All content following this page was uploaded by [Michel Jaboyedoff](#) on 14 April 2016.

The user has requested enhancement of the downloaded file. All in-text references [underlined in blue](#) are added to the original document and are linked to publications on ResearchGate, letting you access and read them immediately.

Michel Jaboyedoff et al.

Distribution spatiale des discontinuités dans une falaise

Approche statistique et probabiliste

Rapport de travail PNR 31

Distribution spatiale des discontinuités dans une falaise, 1ère édition

Rectification

Une erreur a été commise dans la liste des auteurs.

La nouvelle liste corrigée est la suivante:

- premier auteur: Michel Jaboyedoff
- auteurs associés: Frank Philipposian, Marc Mamin, Christian Marro et Jean-Daniel Rouiller

v/dlf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich

Les mécanismes d'écroulement de falaise sont régis par les discontinuités affectant la roche ainsi que par leurs caractéristiques géomécaniques. Dès lors est déterminant le résultat de la confrontation géométrique de l'agencement structural de la falaise avec la surface topographique. Ce livre traite de la distribution spatiale des discontinuités et plus particulièrement de leur degré de connectivité.

Dès l'instant où l'agencement structural est propice au glissement rocheux, la distribution des discontinuités en profondeur (3^e dimension) devient un élément critique pour déterminer le volume du compartiment instable. Sont développées ici des méthodes statistiques et probabilistes permettant d'estimer à quel degré les discontinuités se relaient en profondeur. L'outil probabiliste se base sur l'hypothèse d'une distribution aléatoire des espacements entre discontinuités d'une même famille. La loi exponentielle négative est celle qui correspond le mieux à l'observation.

Pour être valide, l'outil statistique et probabiliste exige une caractérisation rigoureuse des discontinuités. Des méthodes adéquates sont proposées ici au praticien (scanline, fenêtre d'observation), dont les propriétés sont d'être à la fois suffisamment précises et mise en oeuvre aisée.

ISBN 3 7281 2413 3

Distribution spatiale des discontinuités dans une falaise

Approche statistique et probabiliste

Rapport de travail PNR 31

Distribution spatiale des discontinuités dans une falaise, 1ère édition

Rectification

Une erreur a été commise dans la liste des auteurs.

La nouvelle liste corrigée est la suivante:

- premier auteur: Michel Jaboyedoff
- auteurs associés: Frank Philipposian, Marc Mamin, Christian Marro et Jean-Daniel Rouiller

v/dlf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich

v/dlf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich

Auteurs

Jean-Daniel Rouiller
Centre de Recherches Scientifiques Fondamentales et Appliquées de Sion
Christian Marro
Centre de Recherches Scientifiques Fondamentales et Appliquées de Sion
Michel Jaboyedoff
Centre de Recherches Scientifiques Fondamentales et Appliquées de Sion
Institut de Minéralogie Université de Lausanne
Frank Philippossian
Centre de Recherches Scientifiques Fondamentales et Appliquées de Sion
Marc Mamin
Centre de Recherches Scientifiques Fondamentales et Appliquées de Sion

Groupe d'experts

Thomas Gutermann, Dr.
Schweiz. Meteorologische Anstalt, Zürich (président)
Joseph von Ah, Prof., Bern
Martin Beniston, Dr.
Department of Geography, ETH Zürich
Michel Delaloye, Prof.
Département de Minéralogie de l'Université de Genève (vice-président)
Gerhard Eichenberger, Dr., ETH Zürich
Charles Emmenegger, Prof.
Office fédéral de la protection de l'environnement, des forêts et du paysage,
Service hydrologique et géologique national, Berne
Peter Knoepfel, Prof.
Institut des hautes études en administration publique, Centre de recherche, Lausanne
Armin Petrascheck, Dr.
Bundesamt für Wasserwirtschaft, Bern
Daniel Vischer, Prof.
Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich
Jean-Jaques Wagner, Prof.
Département de Minéralogie de l'Université de Genève
Ellen Wiegandt, Dr.
Institut universitaire de hautes études internationales, Genève

Direction

du programme NFP 31 Zähringerstrasse 61, 3012 Bern
Telefon 031/301 23 65
Ulrich Roth, Sigmaplan, Bern
Stephan Bader, Dr., Schweiz. Meteorologische Anstalt, Zürich
Pierre Kunz, Dr., Dép. de Minéralogie de l'Université de Genève

© 1996

vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich

ISBN 3 7281 2413 3



La maison d'édition remercie la Société de Banque Suisse
de l'aide qu'elle lui apporté dans la réalisation de ses objectifs

Préface

L'éboulement de Grossguger à Randa (1991) fut un événement suffisamment rare pour être rapidement oublié par la mémoire collective mais, en même temps, d'une ampleur tellement exceptionnelle qu'elle a marqué d'un sceau indélébile tout géologue qui a vécu cet événement.

L'importance du volume écroulé au cours de la première phase d'éboulement (15 Mio m³) a été une surprise complète pour les responsables cantonaux en matière de dangers naturels. Rétrospectivement, sur la base des données scientifiques disponibles aujourd'hui, on constate que ces personnes n'avaient pas les outils pour détecter les indices annonciateurs d'un tel événement.

La présente recherche menée dans le cadre du PNR 31 « Pentes instables dans le pennique valaisan et changements climatiques » est l'une des pierres angulaires du programme MATTEROCK, qui consiste à mettre en place un système cantonal d'*analyse-prévision-prévention* des dangers géologiques instantanés. Il s'agit d'une tâche de longue haleine qui nécessitera d'aller bien au-delà des résultats atteints par le projet PNR 31. S'il est possible par là de prévoir le prochain Bergsturz, tout en mettant un terme aux croyances ancestrales qui veulent que toute catastrophe de ce genre soit un geste divin destiné à punir l'orgueil de celui qui tente de corriger son destin, alors l'objectif sera atteint.

J.-D. ROULLER, géologue cantonal, Etat du Valais

Remerciements

Nous sommes reconnaissants à la direction du PNR31 sans laquelle cette étude n'aurait pas été possible.

Nous remercions Monsieur M. MIGNAN, professeur de géostatistique à l'Institut de minéralogie de l'Université de Lausanne, pour ses nombreuses suggestions et commentaires, dispensés tout au long de ce travail, et Monsieur le professeur DESCOEUDRES de l'EPFL pour sa disponibilité et ses commentaires constructifs.

Nos remerciements vont aussi aux lecteurs attentifs qu'ont été MM. SARTORI et JAFFE (Université de Genève), M. WAGNER (ITECO) et M. LAELTIN (SHGN), ainsi qu'au Professeur EINSTEIN (MIT) pour les informations qu'il nous a communiquées, au professeur KIRALY (Université de Neuchâtel) pour les fructueuses discussions et à Mme HAENNI, pour les longues séances de correction du manuscrit.

Résumé

Les mécanismes d'éroulement de falaise sont régis par les discontinuités affectant la roche ainsi que par leurs caractéristiques géomécaniques. Dès lors est déterminant le résultat de la confrontation géométrique de l'agencement structural de la falaise avec la surface topographique. Le présent article traite de la distribution spatiale des discontinuités et plus particulièrement de leur degré de connectivité.

Dès l'instant où l'agencement structural est propice au glissement rocheux, la distribution des discontinuités en profondeur (3^e dimension) devient un élément critique pour déterminer le volume du compartiment instable. Sont développées ici des méthodes statistiques et probabilistes permettant d'estimer à quel degré les discontinuités se relaient en profondeur. L'outil probabiliste se base sur l'hypothèse d'une distribution aléatoire des espacements entre discontinuités d'une même famille. La loi exponentielle négative est celle qui correspond le mieux à l'observation.

Pour être valide, l'outil statistique et probabiliste exige une caractérisation rigoureuse des discontinuités. Des méthodes adéquates sont proposées ici au praticien (scanline, fenêtre d'observation), dont les propriétés sont d'être à la fois suffisamment précises et de mise en oeuvre aisée.

Zusammenfassung

Die Bergsturzmechanismen werden durch die Trennflächen geregelt, welche das Gestein berühren, sowie durch ihre geomechanischen Eigenschaften. Somit ist das Ergebnis der geometrischen Konfrontation des Trennflächen-Musters der Felswand mit der topographischen Fläche entscheidend. Der vorliegende Artikel behandelt die räumliche Verteilung der Trennflächen und insbesondere deren Verbindungsgrad.

Sobald das Trennflächen-Muster für eine Felsrutschung günstig ist, wird die in die Tiefe gehende (dritte Dimension) Trennflächenverteilung ein kritisches Element für die Bestimmung des Volumens des lockeren Kompartimentes. Hier werden statistische und probabilistische Methoden entwickelt, die es ermöglichen, abzuschätzen inwiefern die Trennflächen in der Tiefe abwechseln. Das probabilistische Hilfsmittel stützt sich auf die Hypothese einer zufälligen Verteilung der Abstände zwischen den Trennflächen der selben Familie. Das negative exponentielle Gesetz ist jenes, welches am besten der Beobachtung entspricht.

Um gültig zu sein, verlangt das statistische und probabilistische Hilfsmittel eine strenge Charakterisierung der Trennflächen. Hier werden dem Praktiker geeignete Methoden vorgeschlagen (scanline, Beobachtungsfenster), deren Eigenschaften darin bestehen, gleichzeitig genügend genau und leicht anwendbar zu sein.

Abstract

The mechanisms of cliff collapsing are governed by the discontinuities affecting the rock as well as by their geomechanical characteristics. Therefore, a deciding result is produced by the geometrical confrontation of the structural pattern of the cliff with the topographical surface. The present paper deals with the spatial distribution of the discontinuities and especially with their rate of connectivity.

As soon as the structural pattern is favourable to the rock slide, the distribution of discontinuities with depth (3rd dimension) becomes a critical aspect for determining the volume of the unstable compartment. Statistical and probabilistic methods are developed, allowing to estimate to which extent the discontinuities are relayed at depth. The probabilistic tool is based on the hypothesis of a random distribution of spaces between the discontinuities of the same family. The negative exponential law corresponds at best to the observation.

To be validated, the statistical and probabilistic tool requires a rigorous characterization of the discontinuities. Appropriate methods are proposed to the practitioner (scanline, observation window), which properties are sufficiently precise and easy to set up.

Table des matières

0	PREAMBULE.....	10
0.1	Signalétique.....	10
0.2	Remarque préliminaire.....	10
I	INTRODUCTION.....	11
I.1	Cadre de l'article.....	11
I.2	Objectifs.....	12
I.3	Démarche.....	14
I.4	Paramètres non pris en compte.....	16
I.5	Contenu des chapitres	16
II	OUVRAGES DE REFERENCE.....	18
II.1	Introduction	18
II.2	L'ouvrage indispensable: Priest 1993.....	19
III	CONNAISSANCES ACTUELLES ET METHODES.....	20
III.1	Echantillonnage.....	20
III.1.1	La scanline.....	20
III.1.2	La fenêtre d'échantillonnage.....	22
III.2	Orientation.....	22
III.3	Persistence - Hypothèses	24
III.4	Espacement.....	25
III.5	"Clustering"	27
III.5.1	Le variogramme.....	27
III.5.2	La dimension fractale.....	29
III.6	Simulation	31

IV	FREQUENCES DANS L'ESPACE	32
IV.1	La relation fréquence-persistence	32
IV.2	Fréquence apparente λ_{app} de plusieurs familles de discontinuités dans une direction donnée	34
IV.2.1	Directions de fréquence maximale.....	36
IV.2.2	Calculs en deux dimensions	37
IV.2.3	Représentation graphique en deux dimensions des fréquences apparentes	37
IV.2.4	Représentation graphique en trois dimensions des fréquences apparentes	39
IV.2.5	Perspectives	40
IV.2.6	Coefficient d'aplatissement	41
V	CARACTERISTIQUES DES DISCONTINUITES.....	42
V.1	Hypothèses de base.....	42
V.2	Problème de l'orientation et de l'échantillonnage	42
V.3	Loi de distribution des espacements.....	43
V.4	Relation entre l'espacement moyen et la densité surfacique	45
V.5	Equivalence des densités surfacique et volumique	46
V.6	Nombre de discontinuités sur une surface finie.....	48
V.7	Volume moyen occupé par une discontinuité et nombre de discontinuités par unité de volume.....	49
V.7.1	Volume moyen occupé par une discontinuité.....	49
V.7.2	Nombre de discontinuités par unité de volume.....	53
V.8	Estimation de la persistance des discontinuités par la méthode de Pahl (1981).....	54
V.9	Densité de lignes d'intersection de deux familles de discontinuités	58
VI	MODELE PROBABILISTE DE CHEMINEMENT QUI PEUT PERMETTRE LA RUPTURE.....	60

VII	UN MODELE GEOMETRIQUE PROBABILISTE SIMPLE DE GLISSEMENT ROCHEUX	64
VIII	MODELES PROBABILISTES D'INTERSECTION DE DISCONTINUITES	67
VIII.1	Connectivité de deux familles de discontinuités: traitements simples	67
VIII.2	Connectivité d'un réseau formé par quatre discontinuités appartenant à deux familles.....	71
VIII.2.1	Principe	71
VIII.2.2	Relation entre les angles.....	71
VIII.2.3	Loi de distribution de la première famille le long de la seconde.....	72
VIII.2.4	Solution 1	72
VIII.2.5	Cohérence des résultats	74
VIII.2.6	Solution 2	74
VIII.3	Problème de la taille du débitage d'un massif rocheux	75
VIII.3.1	Taille des compartiments	75
VIII.3.2	Problème de l'épaisseur des compartiments	77
VIII.4	Ce qu'on peut faire avec trois familles de discontinuités	80
VIII.5	Modèle "probabiliste de dièdre".....	81
IX	REMEDE AUX DISTRIBUTIONS D'ESPACEMENT NON ALEATOIRES ET AU "CLUSTERING"	84
X	Mise en oeuvre des méthodes	85
X.1	Généralités.....	85
X.2	Recommandations pour l'échantillonnage.....	85
XI	CONCLUSIONS.....	88
	BIBLIOGRAPHIE	89

0 Préambule

0.1 Signalétique

Le texte courant est sous la même forme que ce paragraphe. Les points importants sont en gras ou soulignés. Ce sont les développements ou les discussions des formules présentées ici.

Les informations d'intérêt pratique ou général sont soulignées en marge à droite ou à gauche.

Formules
importantes sont numérotées (numéro)

- ♦ **Exemple d'utilisation:** Les exemples numériques qui mettent en application les formules possèdent un texte en retrait. Ils sont là pour donner des ordres de grandeur ou pour aider à la compréhension.

0.2 Remarque préliminaire

Toute information géologique discriminatoire est très utile, voire indispensable, pour la mise en oeuvre des modèles probabilistiques. Une discontinuité qui traverse un massif est prise comme un trait caractéristique. Plus les données recueillies sont sérieuses, meilleures seront les résultats statistiques.

I Introduction

I.1 Cadre de l'article

Le présent article a été rédigé dans le cadre du projet PNR 31 « Pentes instables dans le pennique valaisan et changements climatiques », dont le responsable est J.-D. Rouiller, Directeur du Centre de Recherches Scientifiques Fondamentales et Appliquées de Sion (CRSFA).

Un volet de ce projet avait pour but la quantification de tout aléa générateur d'éboulement de masse, phénomène qui ne peut se produire que lorsque l'agencement structural d'une falaise s'y prête, à savoir qu'il existe entre la distribution spatiale des discontinuités qui l'affectent et la topographie, une relation propice au déclenchement d'éboulement (Hoek and Bray, 1981, Terzaghi, 1962, Wagner et al. 1990). Les procédures de relevé qui ont servi de fil rouge au CRSFA dans le cadre de ce projet sont empruntées à des méthodes d'analyse structuro-géomécanique notamment telles que SHIVA [développée par A. Wagner] sont appliquées depuis 1990 en Valais et notamment sur les sites de Randa (CRSFA/1991-3), Sartori et al., 1991, Rouiller, 1992, Schindler et al., 1993), Derborence et Crétaux-Prarion (Wagner et Rouiller, 1993).

S'il est notoire qu'il n'y a pas d'instabilité de falaise sans un agencement structural propice, les éboulements ne se produisent cependant que lorsque les plans de ces dernières n'offrent plus une résistance au glissement suffisante pour retenir la masse. Au rythme des battements météo-climatiques, cette résistance est appelée à diminuer inéluctablement avec le temps du fait de l'altération irréversible de la roche par contact avec l'eau.

Un aspect original de la démarche du CRSFA consiste à confronter très tôt au niveau de l'étude d'une vallée - à l'aide du support informatique - la topographie digitalisée avec les discontinuités les plus importantes. Cela a le grand avantage de détecter rapidement les principales instabilités potentielles, sans devoir se rendre nécessairement sur le terrain.

Schématiquement, pour qu'un éboulement ait lieu, plusieurs conditions sont requises (Descoedres, 1983, Hoek and Bray, 1981, Terzaghi, 1962, Wagner et al., 1990). Il faut notamment que:

- 1) la confrontation de l'agencement structural d'une falaise avec sa surface topographique favorise le glissement ou le basculement;

- 2) ces discontinuités possèdent une probabilité d'occurrence élevée et soient suffisamment continues pour délimiter un compartiment instable;
- 3) les limites de résistance au mouvement dudit compartiment soient dépassées sous l'action des facteurs externes (altération des fissures, surpression l'eau, accélération sismique, etc.).

Dans un premier stade, on classe les discontinuités par familles de même orientation géométrique. La confrontation de cet agencement structural avec la topographie permet de définir les zones susceptibles de générer des aléas (condition 1). Cet aspect est développé dans le rapport PNR 31.

La quantification du volume d'une instabilité (condition 2) est la plupart du temps ardue car elle nécessite la connaissance des limites « en profondeur » du compartiment susceptible d'être mobilisé.

Les méthodes présentées dans cet article permettent de travailler à partir d'hypothèses plausibles. L'aspect géomécanique proprement dit est développé dans le rapport PNR 31. Sont abordés ci-après exclusivement les aspects relatifs à la quantification (espacement, persistance) et à la modélisation probabiliste de la répartition géométrique des discontinuités afin de détecter des instabilités potentielles. Ce travail se situe donc en amont d'une étude de stabilité au sens de la mécanique des roches.

I.2 Objectifs

Le premier objectif de l'approche développée ci-après consiste à quantifier les caractéristiques structurales des discontinuités tel que l'espacement, la persistance et la fréquence, en vue de calculer la probabilité d'occurrence des discontinuités cachées à l'oeil.

Le deuxième objectif consiste à étudier la manière dont les familles de discontinuités peuvent se combiner en profondeur (3^e dimension) pour former un agencement structural susceptible de générer un éboulement. Une méthode permet, par exemple, d'estimer la probabilité de recoupement en profondeur de deux ou plusieurs discontinuités d'orientations différentes, suivant des conditions définies.

L'application de la démarche préconisée implique une procédure d'échantillonnage compatible avec les nécessités du traitement.

Pour atteindre ces objectifs, l'étude s'est d'abord attachée à tirer l'essentiel des travaux existants dans ce domaine et de développer des outils faciles à mettre en oeuvre dans le but d'obtenir avant tout des ordres de grandeur.

Pour ce faire, ont été pris en compte:

- La loi de distribution aléatoire des espacements (exponentielle négative),
- Les caractéristiques géométriques déduites des figures produites par l'intersection des discontinuités avec la topographie,
- Les densités moyennes des discontinuités en nombre, longueur et surface,
- Des modèles de probabilités d'intersection des familles de discontinuités,
- Un ensemble de modèles géométriques des volumes de roches probables, délimités par des discontinuités. Ces volumes sont définis en moyenne ou affectés d'une probabilité d'occurrence. Certains modèles définissent des volumes dont la configuration pourrait être favorable à un glissement (figures 1, 2 et 3).

Exemples illustratifs:

- 1) On essaie de connaître la probabilité qu'une (ou plusieurs) discontinuité traverse un massif, en connaissant sa surface moyenne et la distribution de son espacement (figure 1).

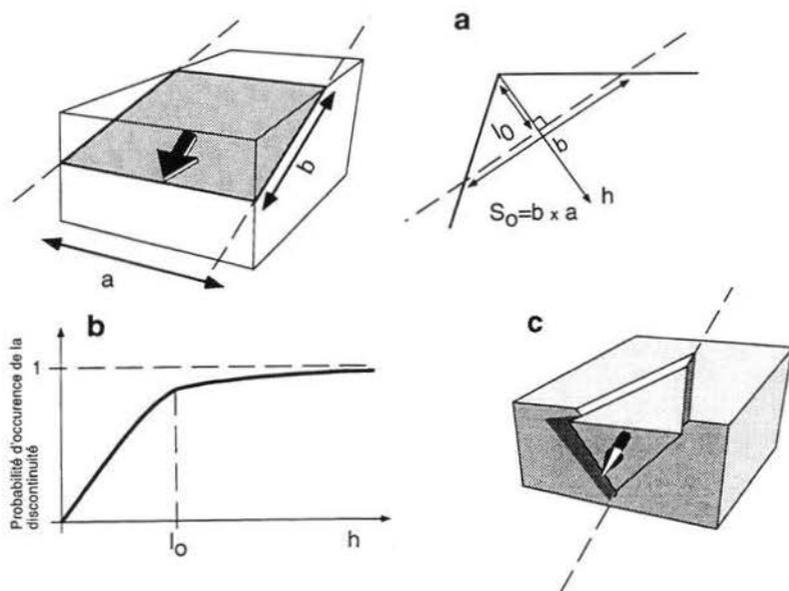


Figure 1: a) plan traversant un volume donné. b) seuil de probabilité associé à une discontinuité de type (a), sachant que sa surface moyenne est $S_0 = b \times a$ lorsque S est suffisant pour recouper exactement le massif rocheux. La distance entre cette surface et l'angle de l'éperon rocheux vaut alors l_0 . Au-delà de l_0 la probabilité qu'une discontinuité de ce type traverse complètement le massif devient faible, car on suppose que la probabilité d'existence d'une telle discontinuité est inversement proportionnelle à S_0 . c) deux discontinuités associées pour former un dièdre. Si la discontinuité traverse effectivement le massif, il faut encore que les caractéristiques géomécaniques permettent le glissement [CRSFA/96.20]

- 2) On estime la probabilité que plusieurs familles de discontinuités s'associent pour former un escalier [plan de glissement composite, etc.] (figure 2)

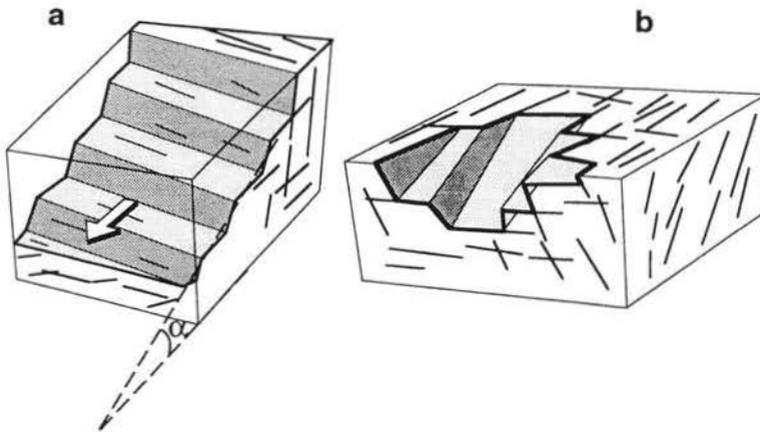


Figure 2: exemples de configurations susceptibles de générer le glissement de compartiments rocheux, si la résistance des discontinuités est insuffisante. a) la pente moyenne α dépend des espacements caractéristiques de chaque famille de discontinuités. La probabilité de continuité dépend des surfaces des discontinuités. b) modèle de dièdre composite [CRSFA/96.20].

I.3 Démarche

La démarche adoptée donne une image très simplifiée des conditions naturelles. Il est donc important de ne jamais perdre de vue les hypothèses de travail.

Les discontinuités sont classées par familles d'orientation semblable, ce qui suppose que les caractéristiques de ces dernières sont homogènes. Or, l'homogénéité implique un choix de l'échelle à laquelle on travaille. Ce choix est fait en fonction de la cible, c'est-à-dire de la taille des instabilités qu'on cherche à mettre à évidence.

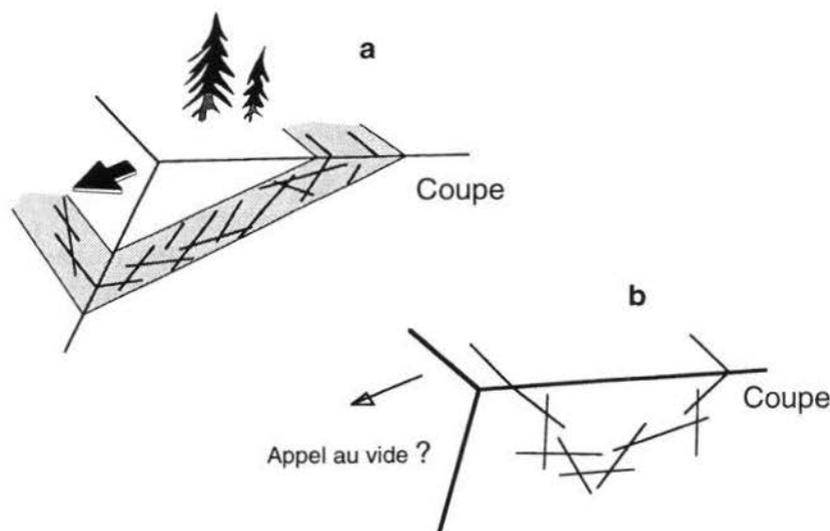


Figure 3: a) configuration pouvant permettre un glissement. b) configuration ne permettant pas de glissement [CRSFA/96.20].

Par souci de simplification on moyenne normalement les caractéristiques de chaque famille. Les modèles probabilistes utilisés se basent sur les persistances mais aussi sur une loi de distribution des espacements. Cette distribution est supposée aléatoire et ne dépend donc que de la moyenne des espacements. On peut tester l'hypothèse aléatoire en dressant un histogramme des espacements.

Pour que l'échantillonnage soit le plus représentatif possible, on relève théoriquement les caractéristiques géométriques des discontinuités le long d'une ligne « droite » (scanline). On peut aussi observer ces caractéristiques à distance à diverses échelles au moyen de fenêtres d'observation. Les limites des méthodes statistiques et probabilistes sont donc fixées avant tout par la qualité de l'acquisition des données. Dans la pratique, le temps à disposition ne permet pas toujours d'effectuer un levé systématique. On est souvent contraint d'appliquer les modèles à partir d'un levé sommaire. Certains calculs permettent cependant de vérifier la cohérence des données. On peut par exemple comparer les espacements moyens obtenus par différentes méthodes. Lorsque les ordres de grandeur découlant des différentes approches sont comparables, on peut également utiliser des données provenant d'un levé non systématique.

I.4 Paramètres non pris en compte

L'objet de cette publication n'est pas de traiter du mode d'assemblage des discontinuités en différentes familles, ni de la façon de dégager leur orientation moyenne. La variabilité de l'orientation au sein d'une famille ne nous préoccupe pas dans un premier stade. On choisit en général le cas le plus défavorable du point de vue de la stabilité. Le calcul géotechnique étant une étape ultérieure à la caractérisation structurale d'une instabilité, nous ne traitons pas non plus de l'état des plans de discontinuité, comme l'ondulation, la rugosité, etc.

Par ailleurs, les calculs probabilistes ne tiennent pas compte des erreurs inhérentes à un échantillonnage de paramètres naturels. La variabilité est liée à plusieurs facteurs: la personne qui effectue les mesures, l'échelle de travail, l'accessibilité du terrain, etc. La quantification de ces erreurs n'est pas indispensable à ce stade, mais c'est un travail qui pourra être développé dans le futur.

Le tableau 1 résume les objets discutés et ce qu'ils impliquent.

I.5 Contenu des chapitres

Les chapitres II et III font le point des connaissances actuelles dans le domaine traité.

Le chapitre IV présente la notion de **fréquence de discontinuité**, méthode qui permet de mettre en évidence les directions de densité maximum et qui s'avère un outil fort utile pour la synthèse des données. Il laisse même entrevoir la possibilité d'application plus large.

Le chapitre V traite de la **description des discontinuités**, de leur distribution d'espacement, de leur surface moyenne, de leur trace moyenne etc. Ce chapitre répond à la plupart des questions posées et prépare le terrain pour les modèles de connectivité.

Au travers d'un modèle simple, le chapitre VI traite des **configurations spatiales des discontinuités** susceptibles de générer des glissements. Cette approche montre très vite que dans les cas compliqués, la simulation apparaît comme la seule solution et qui implique de choisir un type de modèle lors des calculs géotechniques. Ce modèle, c'est-à-dire une configuration donnée, possède une certaine probabilité d'existence. C'est à cause de cet a priori qu'on ne teste pas les autres configurations.

Le chapitre VII présente un modèle probabiliste pour une discontinuité traversant un versant; celui-ci est basé sur la surface moyenne des discontinuités et la distribution des espacements.

Dans le chapitre VIII, sont traitées la **probabilité de connectivité** de deux discontinuités de familles différentes, la taille moyenne des blocs qu'elles peuvent découper et l'application de cette méthode pour n discontinuités. On étudie aussi un modèle simple de dièdre probabiliste.

Les deux derniers chapitres traitent des problèmes liés à l'échantillonnage et font des recommandations.

Objet discuté	Composantes	Résultats
Scanline	- Espacement - Orientation - (persistance)	- Echantillonnage non biaisé - Histogramme des espacements, pondération des orientations - Fréquence - Analyse du clustering
Fenêtre d'observation	- Photo ou dessin (échelle) - Report des traces des discontinuités - Orientation de la surface d'étude et des discontinuités - Nombre total de discontinuités, transectes et contenues	- Espacement moyen - Persistance moyenne - Nombre de discontinuités par unité de surface - Nombre d'intersections par unité de surface
Fréquence	- Espacement moyen - Orientation	- Représentation tridimensionnelle des fréquences
Surface de joint	- Persistance moyenne	- Aide à l'analyse des connectivités; utile pour modélisation
Histogramme des espacements	- Mesure des espacements selon une scanline	- Vérification de l'hypothèse d'une loi exponentielle négative
Clustering	- Echantillonnage selon une scanline en relevant les positions - Etablissement de variogrammes - Dimension fractale	- Analyse de l'homogénéité de la densité de discontinuités dans un massif
Intersection entre FD	- Type de d'intersection X, Y, T, etc.	- Analyse des hiérarchies des FD
Coefficient d'aplatissement	- Mesure des persistances et espacements moyens	- Information sur le mode de débitage du massif
Modèle probabiliste	- Toutes les composantes	- Quantification de l'occurrence de structures
Connectivité de plusieurs familles de discontinuités	- Toutes les composantes	- Quantification de la probabilité d'intersection de FD
Distribution exponentielle négative	- Espacement - Volume occupé par une discontinuité	- Quantification du seuil de probabilité sous l'hypothèse de répartitions aléatoires
Taille de blocs	- Espacement - Orientation - Persistance moyenne	- Quantification de la taille moyenne de blocs débités par plusieurs FD
Simulation	- Toutes les composantes	- Permet une approche probabiliste complète de la connectivité et de la mécanique des roches

Tableau 1: récapitulation des sujets et objets abordés dans ce rapport. FD: famille de discontinuités [CRSFA/96.20].

II Ouvrages de référence

II.1 Introduction

Plusieurs travaux ont dirigé cette compilation. Ils présentent certains aspects de l'interprétation des statistiques des discontinuités.

Nous mentionnerons en premier l'ouvrage récent de Priest (1993). Il donne une vue assez complète des méthodes statistiques qui concernent les discontinuités:

Priest, S. D. (1993): Discontinuity analysis for rock engineering, Chapman & Hall, London. 473 p.

Nous faisons souvent référence à ce traité dont nous détaillerons le contenu dans le paragraphe suivant. Plusieurs articles ont retenu notre attention car ils traitent une partie des problèmes qui nous sont posés. Les plus marquants s'attachent essentiellement à l'espacement des discontinuités:

Hudson, J. A., & Priest, S. D. (1983): Discontinuity frequency in rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 20, 73-89.

Hudson, J. A., & Priest, S. D. (1979): Discontinuities and rock mass geometry. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 16, 339-362.

On trouve dans ces deux articles la description d'un outil utile: la fréquence de discontinuités par unité de longueur, appliquée au canevas de Schmidt. Nous traiterons de cette approche dans un paragraphe ultérieur. Le deuxième article montre clairement qu'il existe une loi de distribution plus courante que les autres (**exponentielle négative**), qui est une bonne candidate pour les simulations.

Par ailleurs, un article ayant trait aux traces de discontinuités retient l'attention, nous y reviendrons aussi, il s'agit de:

Pahl, P. J. (1981): Estimating the mean length of discontinuity traces. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 18, 221-228.

Il traite de la moyenne vraie des persistances observées sur une fenêtre rectangulaire.

Les simulations ainsi que les notions de connectivité et de résistance des roches sont bien développées dans trois articles:

Einstein, H. H., & al. (1983): The effect of discontinuity persistence on rock slope stability. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 20, 227-236.

Baecher, G. B. (1983): Statistical analysis of rock mass fracturing. *Math. Geology*, vol 15, No 2, 329-348.

Einstein, H. H. (1993): Modern developments in discontinuity Analysis-The persistence- connectivity problem. In *Comprehensive rock engineering*. Hudson & al. Vol 3 - Rock testing and site characterization. Pergamon Press, 193-213.

La problématique des persistances y est aussi bien développée. Par ailleurs, d'autres articles d'intérêt plus limité sont décrits dans le chapitre III.

II.2 L'ouvrage indispensable: Priest 1993

Nous recommandons la connaissance de ce livre: il traite des problèmes de statistique, mais aussi des propriétés et des modèles géomécaniques.

Les deux premiers chapitres sont consacrés aux généralités, telles que les définitions illustrées par des exemples, puis aux mesures des caractéristiques des discontinuités et aux méthodes que l'on peut y appliquer. Le chapitre trois traite des orientations et du traitement statistique des données. Ce chapitre est important car il pose bien la problématique liée aux mesures de terrain. Le chapitre quatre traite des fréquences de discontinuités, les résultats essentiels des articles cités plus haut y sont résumés. Nous reprenons plus loin cette approche. Le chapitre cinq propose une revue bien documentée des distributions des espacements et de ce qu'on peut en tirer. Il est recommandé de le lire et surtout d'y voir le lien avec le chapitre quatre. Le chapitre six est très éclairant sur le problème des caractéristiques géométriques des discontinuités. De nombreuses méthodes d'estimations y sont présentées.

La suite est consacrée à la mécanique des roches et aux modèles. Nous signalons encore l'appendice B qui concerne les statistiques et distributions.

III Connaissances actuelles et méthodes

Dans ce chapitre sont brièvement commentées les connaissances actuelles concernant l'analyse structurale et géomécanique d'un massif rocheux, en relevant l'intérêt qu'elles peuvent avoir dans le cadre de ce travail.

Le sujet est abordé en six paragraphes concernant l'échantillonnage, l'orientation, la persistance et l'espacement des discontinuités ainsi que le clustering et les simulations.

III.1 Echantillonnage

L'acquisition des propriétés géométriques des discontinuités nécessite un échantillonnage (= relevé des caractéristiques structurales) systématique pour ne pas biaiser les données. Comme le travail de terrain présente parfois des difficultés insurmontables, il faut appliquer avec souplesse les procédures présentées ci-après, mais toujours bien analyser les conséquences des modifications apportées à ces procédures. **L'essentiel est d'échantillonner de manière semblable et cohérente afin que l'échantillonnage soit spatialement homogène.**

Toute information récoltée sur une surface restreinte a son utilité. Elle permet de préciser des caractéristiques qu'on n'a pas vues lors de l'échantillonnage et aussi de tester l'homogénéité du massif rocheux étudié.

III.1.1 La scanline

La première façon d'échantillonner est de suivre une ligne droite appelée "scanline" et de relever toutes les discontinuités de persistance apparente supérieure à un certain seuil.

En premier lieu il faut prendre garde à ce que la scanline soit représentative des caractéristiques du secteur étudié. Les abscisses (d_j) et les orientations sont relevées pour chaque famille de discontinuités. Il faut autant que possible suivre un tracé rectiligne; tout ce qui n'est pas intercepté par cette ligne droite ne doit pas être pris en compte. En pratique, on échantillonne sur une "largeur" correspondant à la hauteur d'un homme (figure 4), ce qui est cohérent lorsqu'on applique une limite inférieure aux persistances des discontinuités mesurées.

Les méthodes qui permettent l'estimation des persistances moyennes sont discutées plus loin. Dans le cas le plus favorable la scanline permet une bonne estimation des persistances. En effet si on peut observer au moins une des extrémités de toutes les traces, on peut estimer grossièrement la persistance. A ce moment, on calcule la persistance moyenne en attribuant aux discontinuités dont on ne voit qu'une extrémité une persistance double de la persistance apparente. Si on ne voit pas au moins une partie des extrémités, cette méthode n'est pas applicable; on se réfère alors aux méthodes présentées plus loin.

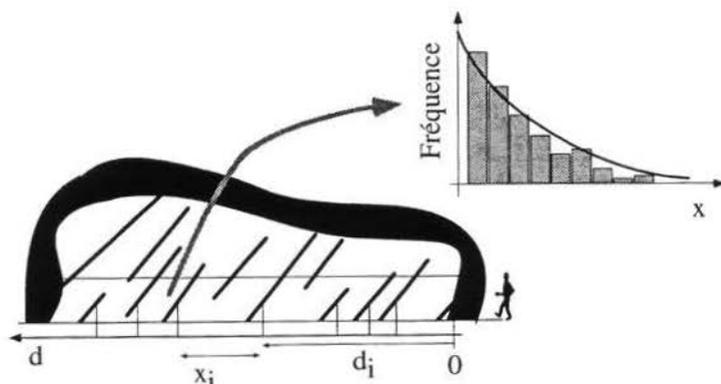


Figure 4: schéma qui illustre la méthode de la scanline, ici pour une unique famille. On peut en déduire l'histogramme des espaces et une estimation des persistances. Les d_i sont reliés aux x_i par $x_i = (d_{i+1} - d_i)$. Voir figure 5 [CRSFA/96.20].

On prend garde au fait que les abscisses ne sont pas égales aux espaces x perpendiculaires aux discontinuités. Les espaces apparents x_{app} mesurés le long de la scanline sont reliés aux espaces vrais x par

$$x = x_{app} \cos \theta \quad (1)$$

où θ est l'angle entre la scanline et le pôle moyen des discontinuités (figure 5).

La fréquence λ est l'inverse de la moyenne des espaces:

$$\lambda = \frac{1}{\bar{x}} = \frac{1}{\bar{x}_{app} \cos \theta} = \frac{\lambda_{app}}{\cos \theta} \quad (2)$$

Il ne faut pas oublier que des discontinuités peuvent être parallèles à une scanline. Elles ne sont alors pas mesurées. Par conséquent si on veut échantillonner l'espace complet, il faut au minimum 3 scanlines plus ou moins perpendiculaires. Généralement une scanline est choisie en fonction des familles à analyser.

◆ **Exemple d'utilisation:** une famille de discontinuités fait un angle de 45° avec une scanline. L'espacement moyen apparent

\bar{x}_{app} vaut 5m. En appliquant la formule (2) on obtient la fréquence perpendiculaire à la famille de discontinuités

$$\lambda = \frac{1}{5 \times \cos 45^\circ} = 0.28\text{m}^{-1}$$

III.1.2 La fenêtre d'échantillonnage

Cette méthode d'observation permet de relever à distance les caractéristiques structurales à partir d'une surface qui soit la plus plane possible (figure 6) et dont on relève l'orientation moyenne. Celle-ci doit permettre de dégager les caractéristiques structurales représentatives du volume étudié. En pratique, **on dessine une esquisse de toutes les traces des discontinuités en conservant les proportions**. On doit aussi connaître les orientations moyennes de chaque famille. De cette méthode, on peut tirer les espacements moyens et les persistances moyennes pour un traitement qui est présenté plus loin.

III.2 Orientation

Les méthodes et les programmes informatiques qui permettent l'analyse de l'orientation des discontinuités sont nombreux. Citons notamment le programme de Mancktelow (Stereoplot, 1989) et l'ouvrage de Fisher et al. (1987) qui présente les méthodes de statistiques spatiales.

Soulignons un problème couramment rencontré. Lorsque l'échantillonnage s'effectue selon un plan ou plus simplement une scanline, **la fréquence de mesure d'une famille de discontinuités dépend de l'orientation de cette scanline par rapport à l'orientation de la famille de discontinuités**, qu'on suppose planes. Généralement, on reporte ces mesures sur canevas de Schmidt et on représente ces résultats sur canevas de densité. Il vaut alors mieux pondérer les points représentant les mesures d'orientation des discontinuités dans le canevas par (Priest, 1993):

$$w_i = \frac{1}{\cos \theta_i}$$

où θ est l'angle entre la normale aux discontinuités et la scanline (figure 5). Priest propose de ne pas dépasser $w_i=10$ ($\theta=84^\circ$).

Terzaghi (1965) avait déjà soulevé ce problème. D'autre part on trouve dans Priest (1993, p.76) une méthode utile de "contouring" des pôles de discontinuités. Après pondération, elle utilise l'écart de la densité de pôles par rapport à une distribution homogène. C'est dire que l'on compare la densité de pôles qui se trouve autour de chaque pôle de discontinuités sur une surface donnée. La densité est comparée à un seuil défini à l'aide d'une distribution poissonnienne des points (purement aléatoire). Une fois cette opération effectuée on dessine le contour des zones dont la densité est supérieure au seuil défini.

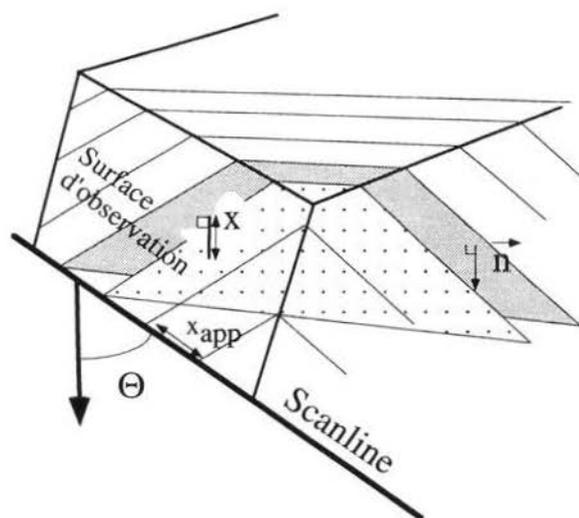


Figure 5: espacements apparents le long d'une scanline et relation entre espacement apparent et espacement minimum [CRSFA/96.20].

Pratiquement il faudrait un programme informatique qui permette de réaliser cette démarche automatiquement. Nous n'en connaissons pas d'adéquat. Priest (1993) signale le programme CANDO. **Il faut donc toujours prendre garde au "contouring" qu'on peut obtenir par simple comptabilisation de points. Dans certains cas, on peut biaiser leur distribution.** Par exemple une scanline ou un plan d'observation peut défavoriser des plans subparallèles à la surface d'observation.

On notera encore que Kiraly (1970) s'est occupé du traitement de la direction moyenne d'un ensemble de discontinuités. Il s'agit de la méthode habituelle de minimisation des distances.

III.3 Persistance - Hypothèses

Par mesure de simplification, on suppose que les discontinuités sont planes.

L'estimation de la surface d'une discontinuité à l'aide de la persistance va dépendre de trois paramètres:

- La longueur complète de sa trace, dont la détermination n'est pas immédiate puisque la fenêtre d'observation est limitée (figure 6). D'où les trois cas de figure suivants:
 - Discontinuité contenue complètement dans la fenêtre
 - Discontinuité traversant la fenêtre, ce qui fait qu'on n'en voit pas les extrémités
 - Discontinuité dont on ne voit qu'une extrémité;
- Son contour et son orientation;
- La variabilité des dimensions de cette surface.

Priest (1993, p.150) présente des méthodes qui permettent de définir les distributions vraies des traces des discontinuités et leurs dimensions moyennes à partir des traces apparentes. Cependant, celles-ci utilisent souvent un modèle a priori de la distribution des traces apparentes, des surfaces et des formes tels des disques (Waburton, 1980).

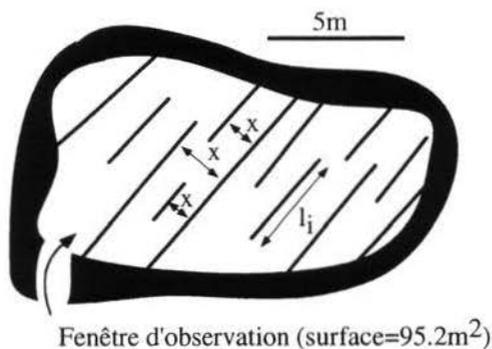


Figure 6: exemple de fenêtre d'échantillonnage. Elle ne donne qu'une information partielle en ce qui concerne les persistances. On ne peut pas faire la moyenne des traces pour obtenir la moyenne des persistances [CRSFA/96.20].

Baecher (1983) passe en revue les problèmes posés par l'échantillonnage des persistances et il montre que celui-ci est biaisé par le support d'observation. Il montre, comme Priest et Hudson (1981), qu'une **distribution exponentielle**

négative peut engendrer une distribution apparemment lognormale si l'on échantillonne suivant une scanline qui permet de voir les traces en entier.

Les résultats de la stéréologie classique (De Hoff et Rhiess, 1972), peuvent être aussi appliqués au traitement de ce problème.

Priest (1993) suggère que la moitié de la trace (semi-trace length, p. 174) permet d'estimer la longueur moyenne.

Il est possible de connaître la taille moyenne des traces avec une méthode relativement simple. Celle-ci permet de connaître la longueur moyenne des traces dans une fenêtre d'observation rectangulaire, en tenant compte du nombre de traces qui traversent et du nombre de traces qui sont entièrement contenues dans la fenêtre (Pahl, 1981). Une généralisation de cette méthode a été effectuée par Kulatilake & Wu (1984 a et b).

Einstein et al. (1983) et Einstein (1993) citent et utilisent un concept plus dynamique de la persistance. Ils ne la considèrent pas comme purement géométrique, mais comme une caractéristique géomécanique de la roche. En résumé, plus la résistance des ponts entre les discontinuités est élevée, plus la persistance est petite.

On notera encore une remarque intéressante faite par Dershowitz & Einstein (1988): **40 à 50% des joints se terminent contre un autre joint.**

Aucune des méthodes passées en revue ne présente d'avantage déterminant. La connaissance des longueurs de trace moyenne par la méthode de Pahl et/ou de la stéréologie classique est suffisante. Comme le soulignent Dershowitz & Einstein (1988), il n'existe pour le moment pas de description satisfaisante de la forme des discontinuités. Cependant, si l'on veut approcher une "réalité" on peut toujours émettre des hypothèses sur leurs distributions et formes, puis effectuer des simulations à partir de ces hypothèses afin de les comparer à la "nature", Priest (1993). On suppose toujours que toute discontinuité est plane.

III.4 Espacement

Comme nous l'avons déjà vu, la mesure de l'espacement doit toujours être prise perpendiculairement au plan de discontinuité. On s'aperçoit que le concept de fréquence du nombre de discontinuités par unité de distance est le plus fructueux, car la fréquence a des propriétés d'additivité très pratiques. On en trouve de bonnes descriptions dans Priest (1993) et Hudson et Priest (1983, 1979).

On définit la fréquence comme

$$\lambda = \frac{1}{\bar{x}} \quad (2)$$

où \bar{x} est la distance moyenne entre deux plans successifs. La fréquence ou densité apparente, a été définie plus haut (voir III.1.1, formule 2).

Si on suppose que les discontinuités d'une même famille sont distribuées aléatoirement dans l'espace (figure 7.c), la distance entre 2 discontinuités successives selon une ligne droite suit une loi exponentielle négative définie comme

$$f(x)dx = \lambda e^{-(x\lambda)} dx \quad (3)$$

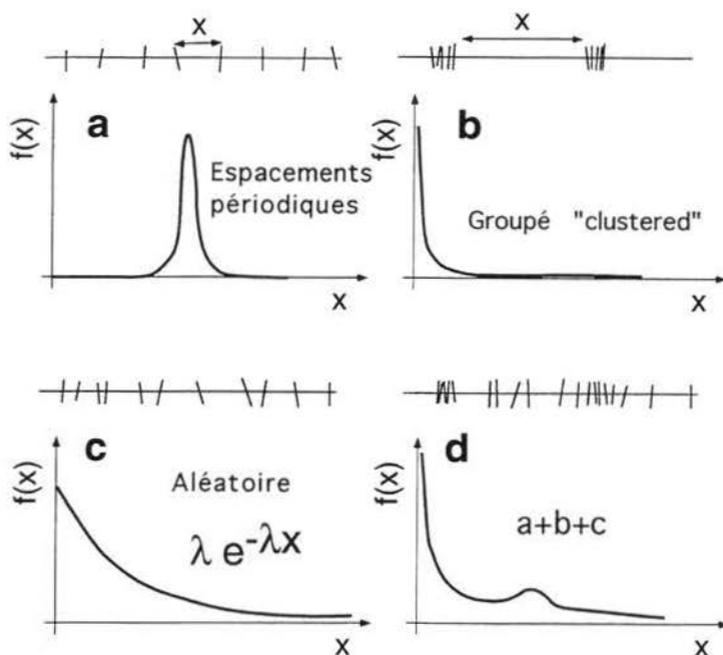


Figure 7: distributions possibles suivant le type d'agencement des discontinuités (d'après Hudson & Priest, 1976). Ces comportements peuvent être générés par des champs de contraintes particuliers (Rives et al. 1992), qui sont appliqués plus ou moins longtemps ou encore être le résultat de plusieurs champs de contraintes successives. Le cas d est un cas qui combine les trois autres. On voit qu'une loi exponentielle négative peut s'appliquer à d [CRSFA/96.20].

Cette assertion n'est pas nécessairement vraie mais, comme nous le verrons, elle est acceptable. Les distributions peuvent être autres (figure 7), comme par exemple guidées par certaines structures (par exemple: Narr & Suppe, 1991) ou être dues aux relaxations des contraintes provoquant une pseudo-périodicité (par exemple gaussienne), ou être denses localement (clustered) (Priest & Hudson, 1976) ou encore suivre une distribution lognormale si l'interaction entre les discontinuités est multiplicative (Dershowitz and Einstein, 1988). Néanmoins, comme le montrent Hudson & Priest (1979), **la superposition d'un processus de fracturation "aléatoire" et d'un processus structuré se rapproche fréquemment d'une distribution exponentielle négative** (figure 7).

Une démarche consiste à estimer les fréquences dans toutes les directions de l'espace et notamment d'en trouver les maximums en connaissant les orientations et les fréquences de plusieurs familles. Ceci s'apparente à la stéréologie, mais a été développé pour les discontinuités dans Hudson et Priest (1979,1983). On y trouve aussi une tentative d'estimation de la taille des blocs découpés par des discontinuités, mais les développements mathématiques deviennent assez vite compliqués.

Par la méthode précédente on peut définir dans toutes les directions de l'espace le bien connu RQD (Rock Quality Designation), (Deere, 1964), en supposant une distribution exponentielle négative des espacements. A l'origine, le RQD, est défini comme la longueur totale des morceaux de carottes de plus de 10 centimètres sur la longueur totale d'un forage. Cette définition peut être généralisée à un seuil t quelconque qui définit le $TRQD_t$ (Priest & Hudson, 1976, Priest, 1993). Wallis & King (1980) appliquent cette méthode avec succès.

III.5 "Clustering"

Avant toute modélisation, on doit vérifier si les discontinuités ont une distribution aléatoire ou non. Le regroupement (clustering) de discontinuités dans des zones restreintes indique des zones de faiblesse plus grande que la moyenne.

III.5.1 Le variogramme

Une des façons de lever l'incertitude est une approche géostatistique consistant à calculer un variogramme du nombre de discontinuités recoupées par une scanline (x), c'est-à-dire à estimer la variation du nombre de discontinuités en fonction de la distance h sur toute la longueur de la scanline. Si les discontinuités ont une tendance au "clustering" alors il y a des corrélations spatiales. On définit le variogramme comme (figure 8)

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{moyenne} \left\langle [N(x+h) - N(x)]^2 \right\rangle$$

où $N(\cdot)$ est le nombre de discontinuités qui se trouvent dans un intervalle Δx . Si la covariance $C(h)$ existe, son expression est

$$C(h) = \text{moyenne} \left\langle [N(x) - m][N(x+h) - m] \right\rangle$$

où m est la moyenne de $N(x)$ dans Δx . Alors la relation entre le variogramme $\gamma(h)$ et la covariance $C(h)$ du nombre de discontinuités espacées de h est donnée par

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

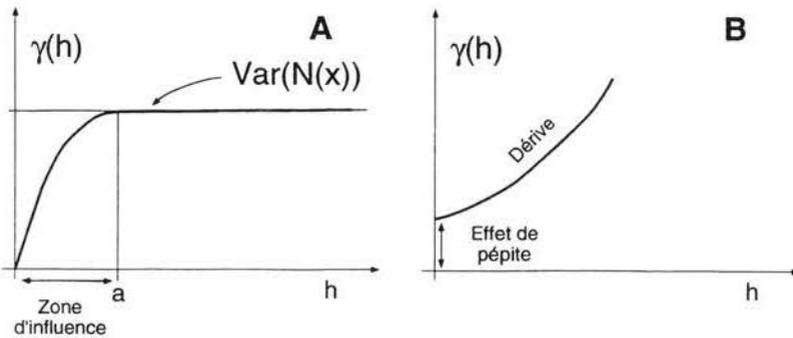


Figure 8: nomenclature liée aux variogrammes et différence entre le cas stationnaire (A) et non stationnaire (B) [CRSFA/96.20].

Un processus poissonnien (purement aléatoire) implique un variogramme purement pépitique (Massoud, 1987) c'est-à-dire

$$\gamma(h) = \text{constante} \quad h \in \{0, \infty\}$$

Dans ce cas, la covariance est nulle pour toute distance h supérieure à zéro. Il s'ensuit que s'il existe de petites valeurs vers l'origine du variogramme et une stabilisation, par exemple à $\gamma(a)$ (figure 8a), on déduit que la probabilité

d'occurrence d'une discontinuité est plus forte à une distance inférieure à a , si l'on se trouve dans une zone à forte densité, que dans la zone plus éloignée. La distance a est celle à partir de laquelle il n'y a plus de corrélation. Cela revient à ce que le variogramme soit équivalent à la variance du nombre de discontinuités par intervalle. En effet, on suppose que la moyenne de $m=[N(x+h)-N(x)]$ est nulle¹, et par conséquent le variogramme peut s'écrire comme:

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \frac{1}{2} \left(\langle [N(x+h) - N(x)]^2 \rangle - \langle [N(x+h) - N(x)] \rangle^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \text{var}[N(x+h) - N(x)] = \frac{2 \text{var}[N(x)]}{2} = \text{var}[N(x)] \end{aligned}$$

Il peut arriver qu'il n'y ait pas de stabilisation: si la variance n'existe pas il n'y pas de palier. Dans certains cas on appelle ce phénomène « dérive ». Cela peut signifier que la densité de discontinuités augmente ou diminue continûment avec la distance. On trouve toutes ces formules décrites dans Journel (1989), Delfiner (1979), Chilès et de Marsily (1993).

Pour utiliser des programmes de variographie existants comme GEOEAS (England and Sparks, 1991), GSLIB (Deutsch and Journel, 1992), VARIOWIN (Pannatier, 1995), il faut utiliser la densité λ locale au lieu du nombre $N(x)$, car le variogramme se construit en comparant des paires de points et en faisant la moyenne.

Pratiquement, on aura donc au préalable défini localement la densité de discontinuités par unité de distance selon la méthode de la fenêtre glissante, puis on aura choisi une tolérance sur les pas du variogramme qui soit de l'ordre de grandeur de la fenêtre glissante, pour ne pas trop lisser le signal.

III.5.2 La dimension fractale

Pour détecter la variation de densité de discontinuités on peut aussi utiliser la dimension fractale. En fait, il s'agit plus exactement d'une dérivée. On s'intéresse plutôt à la stabilité de la densité de discontinuités à différentes échelles.

Ainsi on peut par exemple imaginer un graphique qui mette en regard la distance le long d'une scanline et le nombre de discontinuités rencontrées. La pente de la courbe représente alors la densité par unité de longueur. Des variations de cette pente indiquent des variations de densité.

L'autre méthode est de compter le nombre d'intersections N_{in} de discontinuités le long d'une scanline dans un disque de rayon r (figure 9). En fait on pose que:

¹ On suppose donc qu'il s'agit d'un processus stationnaire c'est-à-dire que la densité de discontinuité à partir d'une certaine échelle plane est constante ($h=a$).

$$N_{in} = kr^v$$

où v est la dimension et k est à définir. Le long d'une droite homogène, k est doublé et la densité et $v=1$ (Bergé et al., 1988), par conséquent:

$$v = \frac{\ln\left(\frac{N_{in}}{k}\right)}{\ln(r)} = \frac{\ln(N_{in}) - \ln(k)}{\ln(r)}$$

Cela signifie que si k varie, la pente varie aussi, les failles ont tendance au clustering. Par contre elle tendra vers 1, si r devient grand, pour autant que les discontinuités ne disparaissent pas.

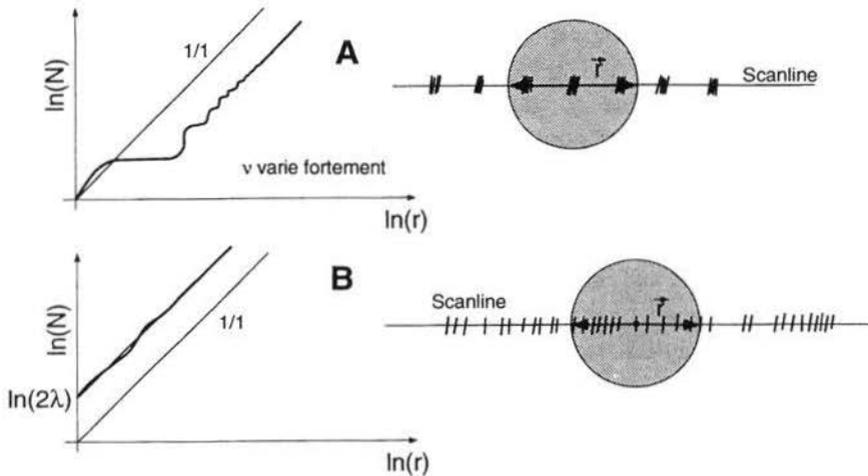


Figure 9: variation de la dimension fractale due aux clustering (A) et pour un processus aléatoire, la valeur $\ln(r)=0$ donne le double de la densité (B) [CRSFA/96.20].

♦ **Exemple d'utilisation:** si la fréquence moyenne vaut 0.1m^{-1} , que $k=0.2\text{m}^{-1}$, que r est grand et que $v=1$, on peut calculer la longueur de r pour $N=100$:

$$\frac{N}{k} = \frac{N}{2\lambda} = r^1 = \frac{100}{0.2} = 500\text{ m}$$

On observe la relation simple qu'il doit exister entre fréquence et nombre, si la répartition des discontinuités est homogène.

III.6 Simulation

Il existe de nombreuses publications qui traitent de la connectivité en hydrogéologie (Billiaux, 1989). Les publications les plus intéressantes dans le domaine qui nous intéresse sont dues à Einstein et al. (1983) et Einstein (1993).

Einstein propose de simuler des discontinuités dans un massif à partir de leurs caractéristiques géométriques et géomécaniques. La simulation permet de reconnaître les configurations susceptibles de générer un glissement, puis de voir si effectivement leurs caractéristiques géotechniques permettent le glissement (figure 10). Le comptage des cas à caractère dangereux rapporté au total donne la probabilité de glissement. Cette méthode exige des connaissances assez précises de la roche. Bien entendu c'est avec le nombre de simulations que la fiabilité de calcul augmente. Une correspondance avec Einstein, nous a confirmé l'intérêt de ces simulations.

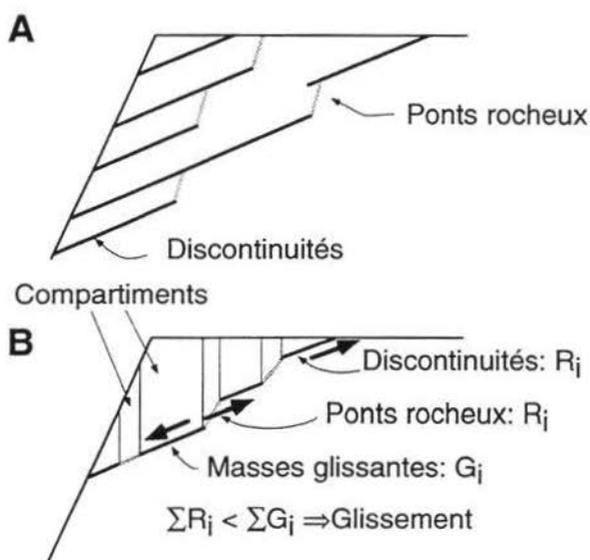


Figure 10: simulation d'après Einstein et al (1983). A) Recherche des cheminements dangereux, B) Calcul de résistance pour un cheminement dangereux.. Les G_i et R_i sont respectivement les forces motrices du glissement et celles qui résistent au glissement dans chaque compartiment [CRSFA/96.20].

IV Fréquences dans l'espace

Dans ce chapitre, on traite de l'analyse fréquentielle des plans de discontinuités, à savoir de la connaissance de leur espacement et ceci dans toutes les directions de l'espace. On peut ainsi trouver la direction de densité maximale de discontinuités.

Les canevas de Schmidt qui représentent les densités de chaque famille de discontinuités ont été développés par Hudson & Priest (1979, 1983). Ils se construisent à partir de l'orientation des plans de discontinuités et de leur espacement moyen.

Cette méthode apparaît comme un outil précieux pour l'établissement de la dangerosité des aléas, puis pour choisir les zones où le danger et le risque doivent être étudiés.

IV.1 La relation fréquence-persistance

La fréquence d'une famille de discontinuités est le nombre de discontinuités par unité de longueur prise perpendiculairement à celles-ci (parallèlement au pôle des discontinuités). Elles peuvent être continues, ou discontinues si elles s'interrompent par endroit (figure 11). La relation entre ces deux types de discontinuités est donnée par

$$\lambda^c p = \lambda \quad (4)$$

où p est le rapport des longueurs entre les discontinuités qui sont interrompues et celles qui ne le sont pas (indice c). D'autre part, les discontinuités d'une même famille s'agencent souvent en segments décalés (figure 11.d). Géométriquement, on peut obtenir une telle image en glissant des bandes de largeur quelconque perpendiculairement aux discontinuités, les unes par rapport aux autres. On peut aussi s'arranger pour que certaines discontinuités se prolongent d'une bande à l'autre.

On obtient alors une distribution réaliste sans avoir changé la distribution des espacements, par conséquent **la fréquence n'est pas liée aux persistances**. On peut supposer que les λ représentent une succession de plans infinis, ce qui peut être utile dans certains modèles.

Il peut arriver dans certains cas qu'un lien existe entre persistance et espacement des discontinuités, comme par exemple dans des zones peu fracturées, où l'on peut

trouver de grandes discontinuités séparées par de petits espacements (ou l'inverse). Dans ce cas, ce sont des considérations d'ordre local qui caractérisent la roche, c'est-à-dire que l'on "rend" la roche homogène, de sorte que le problème soit contourné (hypothèse d'homogénéité).

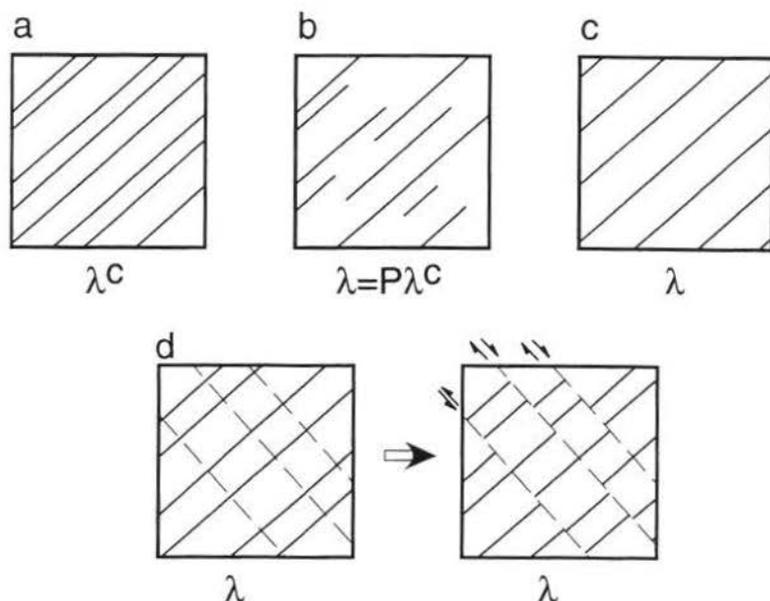


Figure 11: schémas fournissant une explication possible de l'indépendance fréquence-persistance. a) Fréquence pour une famille de discontinuités continues. b) Fréquence pour la même famille, mais peu persistante. c) Fréquence équivalente à celle de (b) en supposant les discontinuités continues. d) On montre comment on peut créer un réseau de discontinuités dont la fréquence est équivalente à (a) mais la persistance quelconque [CRSFA/96.20].

Nous admettons comme hypothèse de travail qu'une discontinuité est en moyenne à la distance L de la suivante au sein de la même famille:

$$L = \frac{1}{\lambda} \quad (5)$$

Cela est vrai en moyenne car plusieurs discontinuités peuvent se trouver en moyenne à une distance L (figure 12). Nous considérons donc que l'espace est homogène.

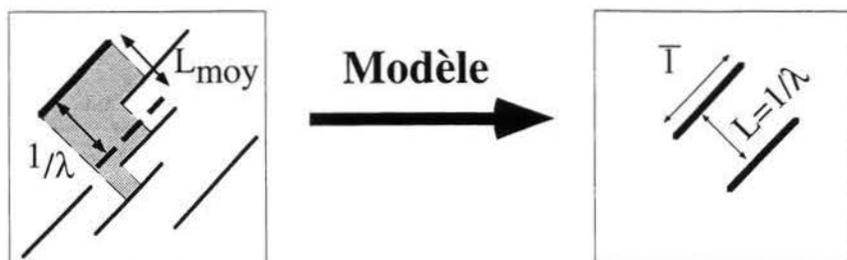


Figure 12: distance moyenne entre des discontinuités. A gauche: cas "réel". A droite: plusieurs discontinuités définissent l'espacement moyen. On modélise l'espacement comme celui qui sépare deux discontinuités successives [CRSFA/96.20].

IV.2 Fréquence apparente λ_{app} de plusieurs familles de discontinuités dans une direction donnée

Hudson et Priest (1979, 1983) ont calculé les fréquences apparentes, qui résultent de la combinaison de deux ou plusieurs familles de discontinuités, dans toutes les directions de l'espace (formule 7). Nous résumons ici leurs résultats.

Pour simplifier λ , est considéré comme une norme et non comme un vecteur. On effectue séparément le traitement vectoriel (il est possible de donner une solution uniquement vectorielle). Nous utilisons ici la notation de Hudson et Priest (1983), pour qui la direction Nord est donnée par y (figure 13).

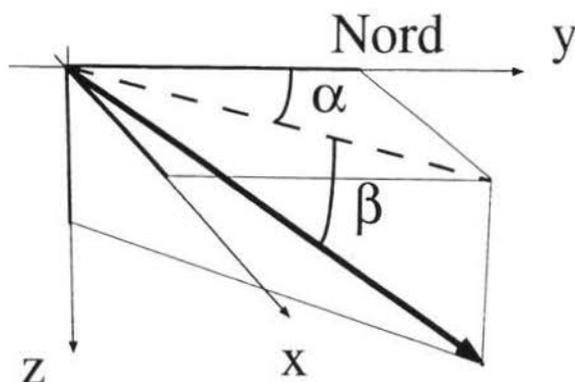


Figure 13: signification spatiale des angles α et β [CRSFA/96.20].

Comme nous l'avons vu, la fréquence apparente d'une famille de discontinuités dans une direction définie par les angles α et β (azimut, pendage) est donnée par (figure 13):

$$\lambda_{\alpha\beta} = \lambda_{\perp} |\cos \theta|$$

où θ est l'angle entre le pôle de la famille des discontinuités et la direction définie par α et β . Les "coordonnées d'une direction" (vecteur unitaire \vec{I} , figure 13) dans un repère cartésien (x, y, z) s'expriment sous la forme

$$\begin{aligned} l_x &= \sin \alpha \cos \beta \\ l_y &= \cos \alpha \cos \beta \\ l_z &= \sin \beta \end{aligned} \quad (6)$$

Ainsi, si α_i et β_i donnent les directions des fréquences des différentes familles de discontinuités $\lambda_{\perp i}$, le produit scalaire de la direction d'observation et de la direction α_i et β_i donne

$$\begin{aligned} \cos \theta_i &= (\sin \alpha \cos \beta \sin \alpha_i \cos \beta_i) + (\cos \alpha \cos \beta \cos \alpha_i \cos \beta_i) \\ &+ (\sin \beta \sin \beta_i) = \cos(\alpha - \alpha_i) \cos \beta \cos \beta_i + \sin \beta \sin \beta_i \end{aligned}$$

Comme les fréquences sont des scalaires, on peut sommer les contributions de chaque famille dans la direction désirée et ainsi

$$\lambda_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^N \lambda_{\perp i} |\cos \theta_i| \quad (7)$$

On peut directement utiliser cette formule pour évaluer sur canevas les fréquences apparentes de N familles, sans utiliser le traitement qui suit.

Hudson et Priest (1979, 1983) utilisent une notation plus compacte en prenant la valeur absolue de $\cos \theta$

$$\lambda_{\alpha\beta} = a(\sin \alpha \cos \beta) + b(\cos \alpha \cos \beta) + c \sin \beta$$

avec

$$a = \sum_{i=1}^N \lambda_{\perp i} \sin \alpha_i \cos \beta_i$$

$$b = \sum_{i=1}^N \lambda_{\perp i} \cos \alpha_i \cos \beta_i$$

$$c = \sum_{i=1}^N \lambda_{\perp i} \sin \beta_i$$

qui sont les projections des contributions de chaque famille sur les axes x, y, z .

IV.2.1 Directions de fréquence maximale

Les directions qui nous intéressent a priori sont celles où la fréquence ou densité de discontinuités est la plus élevée. On les obtient en cherchant les maximums de la fonction $\lambda_{\alpha\beta}$:

$$\frac{\partial \lambda_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \lambda_{\alpha\beta}}{\partial \beta} = 0$$

On obtient après calcul

$$\alpha_{\max} = \arctg\left(\frac{a}{b}\right) \quad \text{et} \quad \beta_{\max} = \arctg\left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)$$

On s'aperçoit que la direction de densité maximale est simplement la direction définie par les projections de toutes les fréquences sur le repère. C'est-à-dire que la fréquence maximale se déduit de

$$\lambda_{\max} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Il faut relever un point inhérent au fait que l'on prend la valeur absolue du cosinus. θ_i doit appartenir à $\{-90^\circ, +90^\circ\}$, sinon les conditions de positivité ne sont plus

remplies. Les valeurs **a**, **b**, **c** s'en trouvent modifiées et on peut donc rencontrer plusieurs maximums.

IV.2.2 Calculs en deux dimensions

Donnons un exemple dans le plan. Dans ce cas $\beta=0$, par conséquent on a l'ensemble des équations suivantes

$$\cos \theta_i = \sin \alpha \sin \alpha_i + \cos \alpha \cos \alpha_i = \cos(\alpha - \alpha_i)$$

$$a = \sum \lambda_{\perp i} \sin \alpha_i \quad b = \sum \lambda_{\perp i} \cos \alpha_i$$

Ici, on voit que **a** et **b** sont les projections des fréquences selon les axes de coordonnées **x** et **y**. Puis on projette sur les directions d'observations:

$$\alpha_{\max} = \arctg\left(\frac{a}{b}\right) \quad \lambda_{\max} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

On vérifie bien que s'il n'y a qu'une famille de discontinuités, la direction de densité maximale est égale à la direction orthogonale à la famille de discontinuités.

IV.2.3 Représentation graphique en deux dimensions des fréquences apparentes

Dans le plan, le lieu des vecteurs de la fréquence apparente d'une seule famille de discontinuités est représenté par deux cercles. En effet λ_{app} est la projection de λ_{\perp} sur la direction $\alpha \pm \theta$. Comme ils forment toujours un triangle rectangle, on suit un demi-cercle (figure 14). Il s'agit d'un arc capable. Il y a symétrie car la densité est toujours une valeur positive.

S'il y a plusieurs familles de discontinuités, les fréquences se distribuent aussi selon un cercle de diamètre λ_{\max} , car **a** et **b** sont constants. Cela n'est vrai que dans les secteurs où les cosinus ne changent pas de signe, c'est-à-dire tant que **a** et **b** ne changent pas. On observe donc des arcs de cercle par secteur (figure 15). Plus simplement on peut construire le graphique pas à pas en faisant la somme des densités dans chaque direction de l'espace.

Si on échantillonne toutes les discontinuités dans plusieurs directions de l'espace, on obtient le même résultat. On effectue alors les mesures des λ_{app} par petits secteurs angulaires.

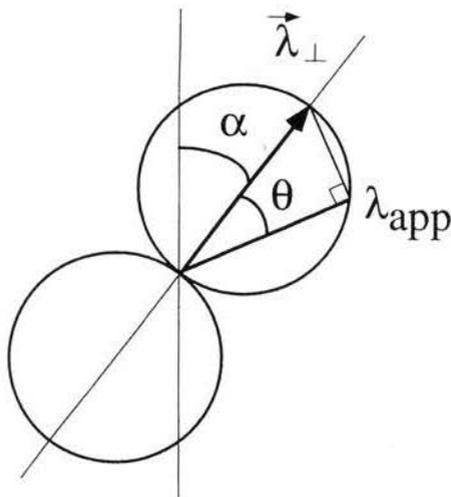


Figure 14: représentation de la valeur de λ_{app} dans toutes les directions de l'espace: c'est la norme du vecteur $\vec{\lambda}_{\perp}$ selon la direction $\alpha \pm \theta$. Dans la direction perpendiculaire à α la valeur λ_{app} est nulle [CRSFA/96.20].

- ♦ **Exemple d'utilisation:** On peut construire les fréquences apparentes dans le plan, soit en faisant la somme des normes dans chaque direction, soit en calculant les maximums, en tenant compte des restrictions dues à la valeur absolue du cosinus.

Calculons les fréquences pour deux familles de discontinuités (figure 15): $\lambda_1 = 10\text{m}^{-1}$, $\alpha_1 = 0^\circ$, $\lambda_2 = 6\text{ m}^{-1}$ et $\alpha_2 = 45^\circ$. a et b valent

$$a = 0 + 6 \times \sin 45^\circ \approx 4.25$$

$$b = 10 + 6 \times \cos 45^\circ \approx 14.24$$

On obtient pour l'orientation et la fréquence maximale

$$\alpha_{\max 1} = \arctg\left(\frac{4.25}{14.24}\right) = 16.6^\circ$$

$$\lambda_{\max 1} = \sqrt{4.25^2 + 14.24^2} = 14.8\text{m}^{-1}$$

A partir de ces valeurs on peut aussi construire le grand cercle. En prenant l'opposé d'un des deux

vecteurs on obtient l'autre maximum qui n'apparaît pas directement dans le graphique: $\alpha_{\max 2} = 36.9$ et $\lambda_{\max 2} = 7.15 \text{ m}^{-1}$

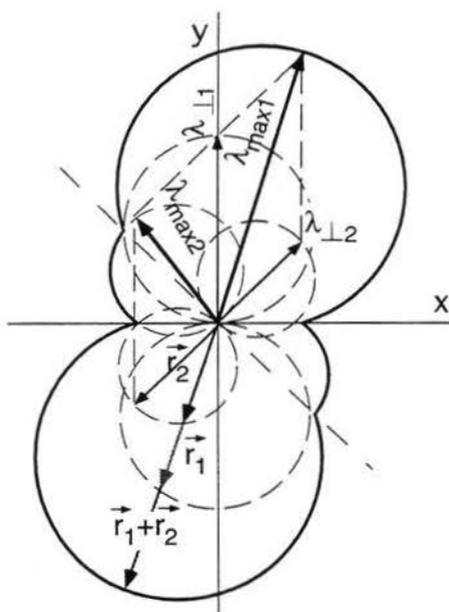


Figure 15: exemple du résultat obtenu pour deux familles dont l'angle est de 45° . Le maximum $|\vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2| = \lambda_{\max 1}$ est égal à la somme des fréquences des deux familles dans la direction $\alpha_{\max 1}$ [CRSFA/96.20].

IV.2.4 Représentation graphique en trois dimensions des fréquences apparentes

Avec l'aide d'un ordinateur, on peut rapidement appliquer la formule (7) dans l'espace. On utilise comme mode de représentation la projection stéréographique sur laquelle on reporte les fréquences apparentes. Dans le cas présent il s'agit de la projection de Schmidt, hémisphère supérieur (figure 16).

On observe que les isovalues des fréquences apparentes pour une seule famille de discontinuités sont réparties suivant de petits cercles concentriques autour de la normale aux discontinuités. D'autre part la fréquence est nulle parallèlement aux discontinuités, suivant un grand cercle.

Lorsque l'on combine deux familles de discontinuités, on voit que les maxima sont déplacés. Les fréquences sont faibles parallèlement aux familles, il n'y a pas d'addition dans ces directions. L'augmentation de la fréquence d'une famille, bien sûr, déplace les maxima apparents dans sa direction.

IV.2.5 Perspectives

Les canevas décrits plus haut peuvent être pondérés par certaines caractéristiques des discontinuités, comme par exemple la rugosité, ondulation, etc. de sorte qu'on en obtient une description plus géomécanique.

Sur de tels canevas, on observe aisément les directions de plus grande fréquence par unité de longueur. Mais ils ne donnent pas d'information sur la persistance des discontinuités. Il est intéressant d'effectuer le même genre de canevas avec les persistances ou les surfaces moyennes de chaque famille de discontinuités. Cette représentation donne une idée des volumes qui peuvent être mis en jeu.

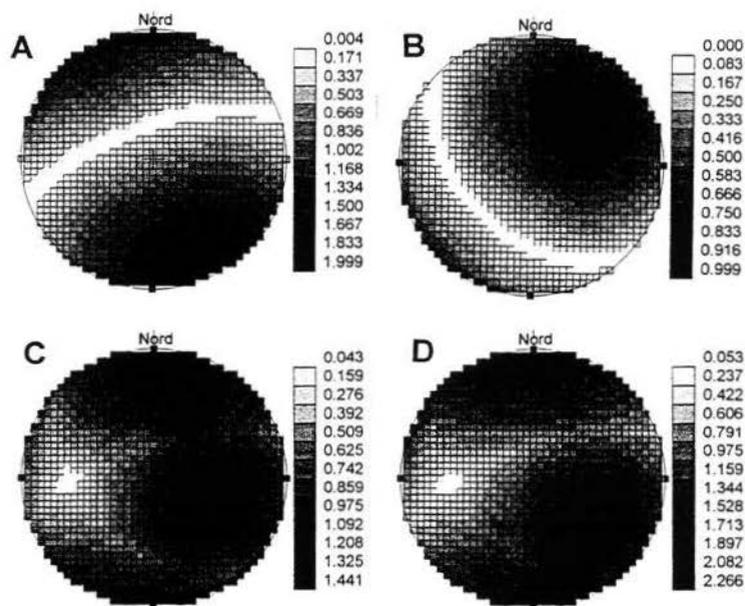


Figure 16: représentation graphique des densités de recoupement de discontinuités sur canevas de Schmidt, hémisphère supérieure. (a) pour une famille de direction 160° , de pendage 70° , et de fréquence égale à 1 m^{-1} . (b) pour une famille de direction 45° , de pendage 45° , et de fréquence égale à 1 m^{-1} . (c) combinaison des familles (a) et (b). (d) combinaison de (a) et (b) mais la fréquence de la famille b est égale à 2 m^{-1} [CRSFA/96.20].

Un troisième canevas pourrait être dressé, celui des densités volumiques (nombre de discontinuités par unité de volume), car les plus faibles densités, associées à des fréquences élevées, indiquent des discontinuités très persistantes.

D'une façon générale la représentation sur canevas des caractéristiques des discontinuités est une méthode prometteuse.

IV.2.6 Coefficient d'aplatissement

Pour une famille de discontinuités, on définit un coefficient d'aplatissement A qui est le rapport de la persistance moyenne à l'espacement moyen

$$A = \frac{\bar{l}}{L}$$

On définit un coefficient d'aplatissement apparent suivant une direction quelconque

$$A_{\text{app}} = \frac{\bar{l} \cos^2 \theta}{L} = \bar{l} \lambda \cos^2 \theta \quad (8)$$

où θ est l'angle entre le pôle des discontinuités et une direction donnée. On peut généraliser cette formule à un ensemble de familles de discontinuités, en utilisant le total des persistances apparentes et les fréquences apparentes. On obtient:

$$A_{\text{tot}} = \lambda_{\text{app}} \sum \bar{l}_i \cos \theta_i = \sum \bar{l}_i \cos \theta_i \times \sum \lambda_i \cos \theta_i \quad (9)$$

où les sommes sont effectuées sur toutes les familles.

Cette information indique un mode possible du débitage du massif rocheux. Il faut prendre garde au fait que A n'a pas d'échelle. Par conséquent, on doit mettre cette information en regard d'un facteur d'échelle. En principe, plus le coefficient d'aplatissement total est élevé, plus grandes sont les chances de connectivité de plusieurs familles de discontinuités.

◆ Exemple d'utilisation:

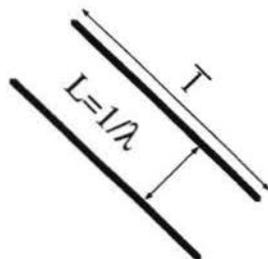
une famille de discontinuités possède une persistance moyenne de 30 m et un espacement moyen de 3 m. Perpendiculairement

$$A=10$$

Sous un angle de 45° le coefficient d'aplatissement vaut

$$A_{\text{app}} = \frac{30 \times \cos^2 45^\circ}{3} = 5$$

On en conclut que dans cette direction le massif se débite moins facilement.



V Caractéristiques des discontinuités

V.1 Hypothèses de base

Nous supposons l'espace x séparant deux discontinuités successives régi par une loi exponentielle négative. Cette assertion se vérifie tant dans la nature que dans les développements théoriques habituels. Ainsi, nous n'utiliserons que cette distribution dans les traitements qui suivent. Les dimensions des discontinuités peuvent être définies par leurs **moyennes linéiques ou surfaciques**. Cela ne suppose pas la connaissance d'une distribution a priori. Les orientations sont, elles, considérées en moyenne.

V.2 Problème de l'orientation et de l'échantillonnage

Nous avons traité de ce problème dans le chapitre III. Nous rappellerons simplement que le nombre de mesures faites sur le terrain n'est pas forcément représentatif des fréquences effectives des familles de discontinuités. C'est pourquoi le principe de la ligne de mesure (scanline) limite les biais. Le nombre de discontinuités observées d'une famille donnée, dont la direction du pôle fait un angle θ_i avec la scanline est pondéré par:

$$w_i = \frac{1}{\cos \theta_i} \quad (2)$$

De façon analogue, on a pour les espacements moyens:

$$\frac{1}{\lambda_{\perp}} = \frac{\cos \theta}{\lambda_{\text{app}}} = \bar{x}_{\perp} = \bar{x}_{\text{app}} \cos \theta = L \quad (2')$$

où L est l'espacement moyen entre deux discontinuités d'une même famille.

Un exemple illustre le problème: si on mesure sur une surface toutes les petites discontinuités et une seule grande, on s'aperçoit que sur un canevas la moyenne des orientations va être trop influencée par les petites discontinuités, alors que la persistance de la grande discontinuité est peut-être aussi importante que la somme

des persistances des petites discontinuités. C'est pourquoi il faut autant que possible échantillonner suivant une ligne.

V.3 Loi de distribution des espacements

On peut faire une analogie entre le libre parcours moyen des particules (Feynman, 1979) et la "libre distance moyenne" entre deux discontinuités ou segments.

Plaçons-nous perpendiculairement à une famille de plans dont on connaît l'espacement moyen L séparant deux plans successifs. Nous désignons par x les distances suivant cette direction. On suppose un processus complètement aléatoire. Par conséquent la probabilité de trouver une discontinuité dans l'intervalle dx est

$$\frac{dx}{L}$$

Soit $P(x)$ la proportion des espacements qui sont supérieurs à x . Plus x est grand plus $P(x)$ sera petit, par conséquent

$$P(x) > P(x+dx)$$

Le nombre de discontinuités qui ont un espacement entre x et $x+dx$ est proportionnel au nombre de celles qui ont un espacement supérieur à x , c'est-à-dire

$$P(x) \frac{dx}{L}$$

Le nombre de discontinuités qui sont distantes de la suivante de plus de $x+dx$ devient

$$P(x+dx) = P(x) - P(x) \frac{dx}{L}$$

Qu'on peut réécrire en utilisant la différentielle du premier terme

$$P(x) + \left(\frac{dP(x)}{dx} \right) dx = P(x) - P(x) \frac{dx}{L}$$

D'où on tire l'équation différentielle suivante

$$\frac{dP(x)}{P(x)} = - \frac{dx}{L}$$

On obtient la solution en tenant compte du fait que pour x tendant vers l'infini $P(x)=0$. Ainsi, la proportion de discontinuités dont la distance à la prochaine est plus grande que x vaut

$$P(x) = e^{-x/L}$$

Nous sommes plus intéressés par la proportion des discontinuités dont la distance à la suivante est inférieure à x . Il suffit pour cela de soustraire à 1 le nombre de celles qui sont supérieures

$$F(x) = 1 - P(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{L}\right)}$$

On obtient la fonction de distribution en dérivant $F(x)$ par rapport à x , car la fonction $F(x)$ n'est autre que l'équivalent de l'histogramme cumulé. Or nous voulons la valeur des fréquences pour une distance donnée dans un intervalle dx . La fonction de distribution devient

$$dF(x)dx = f(x)dx = \frac{1}{L} e^{-\left(\frac{x}{L}\right)} dx = \lambda e^{-(\lambda x)} dx \quad (3)$$

On a plutôt l'habitude de voir les relations entre $F(x)$ et $f(x)$ sous la forme suivante:

$$F(d) = \int_{x=0}^{x=d} \frac{1}{L} e^{-\left(\frac{x}{L}\right)} dx = 1 - e^{-\left(\frac{d}{L}\right)}$$

On peut obtenir exactement le même résultat en partant du principe que dans un intervalle x on peut trouver un nombre k de discontinuités (Priest, 1993). La probabilité d'un tel nombre est donnée par la distribution de Poisson:

$$P_p(x, k) = \frac{e^{-\lambda x} (\lambda x)^k}{k!}$$

où λ est la fréquence par unité de longueur. A partir de cette formule on peut trouver la probabilité qu'aucune discontinuité ne se trouve dans l'intervalle x , et ainsi on obtient à nouveau $P(x)$:

$$P(x) = P_p(x, 0) = e^{-\lambda x}$$

Pratiquement, lorsqu'on connaît L (λ), quelle que soit la méthode, on peut toujours pallier au manque d'histogramme en supposant une distribution exponentielle négative. $F(x)$ est la fonction qui, à partir de la fréquence, permet de connaître une

distance d en fonction d'un seuil w de probabilité qui indique la probabilité qu'une discontinuité au moins se trouve dans un intervalle d .

$$d = -\frac{\ln(1-w)}{\lambda} = -\bar{x} \ln(1-w) \quad (10)$$

où \bar{x} est l'espacement moyen entre les discontinuités.

- ♦ **Exemple d'utilisation:** la probabilité que la distance entre une discontinuité et la suivante soit inférieure à d dans 99% (= w) des cas implique une distance $d=4.6 \bar{x}$. Pour un seuil à 95%, d vaut $2.99 \bar{x}$ (formule 10). Pour d égal à la moyenne on obtient que 63% des valeurs sont inférieures à \bar{x} .

V.4 Relation entre l'espacement moyen et la densité surfacique

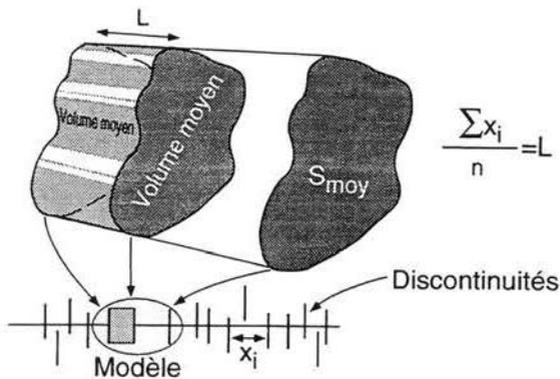


Figure 17: relation entre la distance moyenne L entre deux discontinuités et le volume moyen défini par $L \times S_{moy}$ où S_{moy} est la surface moyenne d'une discontinuité. Le schéma du bas indique comment on passe de la réalité au modèle. Les x_i sont des espacements quelconques mesurés selon une scanline. L est la moyenne calculée à partir de n discontinuités coupées par la scanline [CRSFA/96.20].

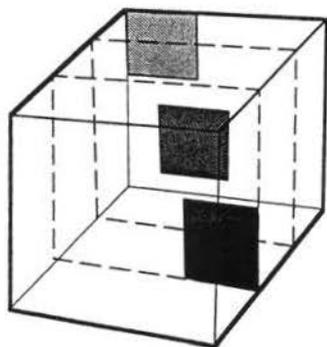
On montre qu'il y a une relation simple entre la distance moyenne qui sépare deux discontinuités (L) et la densité de surface de discontinuités par unité de volume (ρ_a).

On connaît l'espacement moyen L entre deux discontinuités successives parallèles et la densité de surfaces de discontinuités par unité de volume (figure 17). On suppose connue la surface moyenne S_{moy} des discontinuités. Soit un prisme de base S_{moy} , dans ce prisme la distance moyenne entre deux discontinuités est L . En moyenne, le volume qui sépare deux discontinuités successives vaut $L \times S_{\text{moy}}$. De sorte que si ρ_a est la densité de surface de discontinuités par unité de volume on a :

$$\rho_a L S = S \quad \text{et} \quad L = \frac{1}{\rho_a} \quad (11)$$

Ainsi la densité ρ_a est inversement proportionnelle à la distance moyenne entre deux discontinuités.

♦ Exemple d'utilisation:



si 3 discontinuités d'un mètre carré chacune se trouvent dans un cube de 3m de côté (27m^3), la densité de surface par unité de volume vaut

$$\rho_a = \frac{3}{27} = \frac{1}{9} = 0.11\text{m}^{-1}$$

La distance moyenne entre deux discontinuités successives vaut donc 9m. Dans un plan il y a neuf possibilités de placer une discontinuité, par conséquent la distance moyenne entre discontinuités vaut 9m.

V.5 Equivalence des densités surfacique et volumique

Montrons ici l'équivalence entre les densités surfacique et volumique, seule la première étant accessible sur le terrain.

Soit un ensemble de discontinuités perpendiculaires à x et un élément de volume $\delta V = \mathbf{h} \cdot \mathbf{b} \cdot dx$ (figure 18). On calcule le pourcentage moyen de la surface $\mathbf{h} \cdot \mathbf{b}$ occupée par des discontinuités dans δV :

$$\rho_a \cdot dx = \text{surface/unité de surface}$$

Si l_s est la longueur des intersections entre les discontinuités et la surface $h \cdot dx$, on voit que:

$$\rho_a dx = \frac{l_s}{h}$$

Sur la surface $a \cdot h$ la longueur totale des intersections est égale en moyenne à:

$$l_s = \sum l_i = \int_{x=0}^{x=a} \rho_a h dx = h \times a \times \rho_a^*$$

De sorte que si $h \cdot a = S_{obs}$, on peut estimer ρ_a par

$$\rho_a \approx \frac{\sum l_i}{S_{obs}}$$

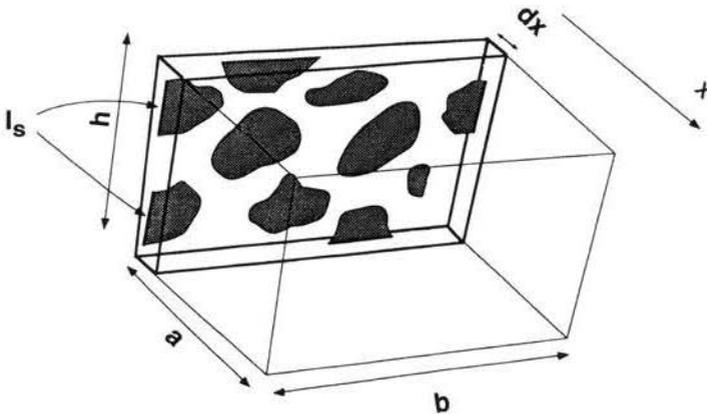


Figure 18: relation entre la densité de surface dans un volume et de ligne sur une surface: le grisé représente les discontinuités et $a \cdot h$ la surface d'observation (Rouleau et Gale, 1985) [CRSFA/96.20].

Généralement, la surface d'observation n'est pas perpendiculaire à la famille de discontinuités, mais elles forment un angle θ . On corrige le résultat par:

* Ceci n'est exact que si a et h tendent vers l'infini. L'estimation de ρ_a est donc d'autant meilleure que la surface d'observation est grande.

$$\rho_a \approx \frac{\sum l_i}{S_{\text{obs}} \sin \theta} \quad (12)$$

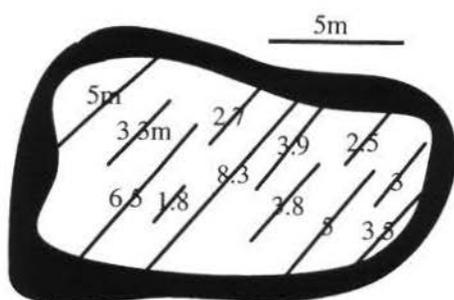
L'inverse de la distance moyenne L étant égal à la fréquence λ , on peut utiliser la formule précédente pour la calculer (formule 11):

$$\lambda = \rho_a \quad (13)$$

Cela permet de la comparer à la fréquence obtenue par scanline, pour tester la validité du modèle ou la qualité de l'échantillonnage.

A partir de ces résultats on peut utiliser la fonction de distribution exponentielle négative.

◆ Exemple d'utilisation:



$$\text{surface} = 95.2 \text{ m}^2, \quad \sum l_i = 49.3 \text{ m}$$

la somme totale des persistances de la figure 6 vaut 49.3 m. Si l'angle entre les pôles des discontinuités et la surface d'observation est de 30° et l'aire de la surface de 95.2 m^2 , alors la fréquence vaut:

$$\lambda = \rho_a = \frac{49.3}{95.2 \times \sin 30^\circ} = 1.04 \text{ m}^{-1}$$

et donc la distance moyenne entre deux discontinuités successives est égale à

$$L = \lambda^{-1} = 0.97 \text{ m.}$$

V.6 Nombre de discontinuités sur une surface finie

Le nombre de discontinuités par unité de surface est difficile à appréhender. Nous proposons pour cela un calcul simple qui s'inspire d'un pavage périodique du plan. Cela signifie que le côté gauche est une continuation du côté droit et que le haut est la continuation du bas de la fenêtre d'observation.

Généralement, un certain nombre de discontinuités est entièrement inclus dans la fenêtre de levé et d'autres ne sont visibles que partiellement. Soit n_0 le nombre de discontinuités complètement contenues dans la fenêtre (f_1), n_1 le nombre de celles dont on voit une seule extrémité (f_1) et n_2 celles qui traversent complètement la

fenêtre (f2). On fait l'approximation suivante: si la distribution est homogène dans l'espace, le nombre de discontinuités dont on voit une extrémité doit être divisé par deux. On peut en effet supposer que celles qui viennent du bas représentent la suite de celles qui viennent du haut, de même pour les côtés. On peut supposer que celles qui traversent complètement sont en même proportion dans les fenêtres adjacentes. Par conséquent, elles influencent aussi n_1 . Il faut donc pondérer n_1 par la proportion des discontinuités f_1 parmi les discontinuités qu'on ne voit pas entièrement (n_1+n_2). Les discontinuités f_1 peuvent, en effet, être la suite d'une discontinuité f_2 de la fenêtre adjacente. Le nombre de discontinuités par unité de surface vaut approximativement:

$$n \approx n_0 + \frac{n_1}{2} \frac{n_1}{n_1 + n_2} + n_2 = n_0 + \frac{n_1^2}{2(n_1 + n_2)} + n_2 \quad (14)$$

Si on suppose qu'elles traverseront plus d'une fenêtre on utilise la méthode de Pahl (1981).

Cette procédure est appliquée sur le terrain par un simple comptage des différents types de discontinuités (f_0 , f_1 , f_2). Néanmoins, il faut toujours faire un croquis qui respecte les proportions pour pouvoir y appliquer les autres méthodes.

♦ **Exemple d'utilisation:** à partir de la figure 6, on peut compter le nombre de discontinuités qui se trouve dans la fenêtre d'observation. On a

$$n_0=4, n_1=5, n_2=3, \text{ et } n_{\text{tot}}=12$$

de la formule 14 on tire le nombre de discontinuités sur la surface observée:

$$n \approx 4 + \frac{25}{2 \times (5+3)} + 3 = 8.6$$

V.7 Volume moyen occupé par une discontinuité et nombre de discontinuités par unité de volume

V.7.1 Volume moyen occupé par une discontinuité

A l'aide d'une fenêtre d'échantillonnage, on quantifie les persistances et les espacements moyens. On peut en déduire le volume moyen occupé par une discontinuité.

Soit une surface d'observation S_{obs} perpendiculaire à un ensemble de discontinuités. On peut diviser l'espace en volumes dont les bases sont les surfaces des discontinuités (figures 19 et 20). Sous l'hypothèse qu'elles soient distribuées de façon homogène dans l'espace, on recoupe toutes les sections possibles des volumes occupés par les discontinuités. Estimons la section moyenne d'un volume occupé par une discontinuité. La surface d'une section est donnée en moyenne par la longueur de la trace l_i (ou persistance) multipliée par toutes les distances possibles entre deux discontinuités successives:

$$l_i \times \frac{1}{L} \int_{x=0}^{\infty} x e^{-x/L} = l_i \times L$$

La moyenne des l_i est déduite, à partir d'une fenêtre d'observation, par la comptabilisation de la longueur totale des traces observées

$$\bar{l} = \frac{\sum l_i}{n} \quad (15)$$

où n est le nombre de discontinuités comptées dans la fenêtre.

Contrairement à l'espacement, la moyenne des persistances l_i n'est pas affectée par l'orientation du plan d'observation.

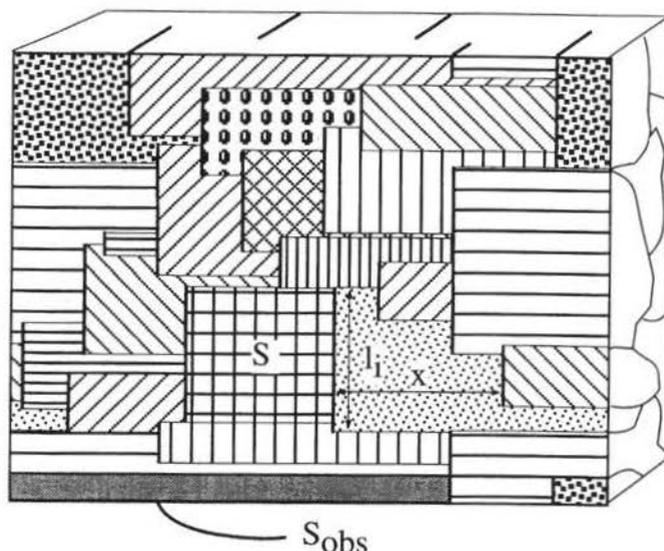


Figure 19: définition de la section du volume S occupé par une discontinuité. l_i est la persistance d'une discontinuité et x la distance à la suivante [CRSFA/96.20].

Pour obtenir la surface moyenne d'une discontinuité, il faut connaître la section moyenne des discontinuités \bar{l} , c'est-à-dire la longueur moyenne des intersections des discontinuités avec une surface, ce qui est équivalent à la persistance moyenne. Puis on multiplie cette section moyenne des discontinuités \bar{l} par la moyenne des sections maximums des discontinuités mesurées perpendiculairement à la première¹. Or, si on suppose qu'en moyenne les discontinuités ont la même section moyenne dans toutes les directions du plan qui les supportent, on peut se rapporter à un disque². La section moyenne d'un disque \bar{l} est reliée au diamètre moyen D par:

$$\bar{l} = \pi \frac{(D/2)^2}{D} = \frac{\pi D}{4}$$

et donc la surface moyenne du disque vaut

$$D \times \bar{l} = \bar{l}^2 \frac{4}{\pi} \quad (16)$$

La section moyenne \bar{s} du volume occupé par une discontinuité sur une fenêtre d'observation est donnée par:

$$\bar{s} = \frac{S_{\text{obs}}}{n}$$

et si la surface d'observation fait un angle θ avec les discontinuités alors

$$\bar{s} \sin \theta = L \times \bar{l}$$

de sorte que le volume moyen occupé par une discontinuité est

$$\bar{V} = \frac{S_{\text{obs}}}{n} \sin \theta \frac{4}{\pi} \bar{l} = \frac{4}{\pi} \bar{l}^2 L \quad (17)$$

En d'autres termes, si on connaît la distance moyenne L entre deux discontinuités, on obtient pour la surface moyenne d'une discontinuité

$$S_{\text{moy}} = \frac{\bar{V}}{L} = \frac{4}{\pi} \frac{S_{\text{obs}} \sin \theta}{nL} \bar{l} = \frac{4}{\pi} \bar{l}^2 \quad (18)$$

¹ En effet la moyenne de la section du volume est calculée sur toute la longueur perpendiculaire au plan d'observation.

² Cela n'implique pas des formes de discontinuités circulaires.

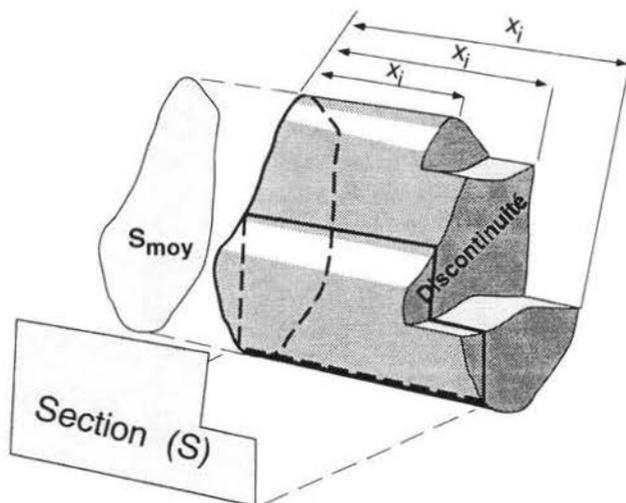
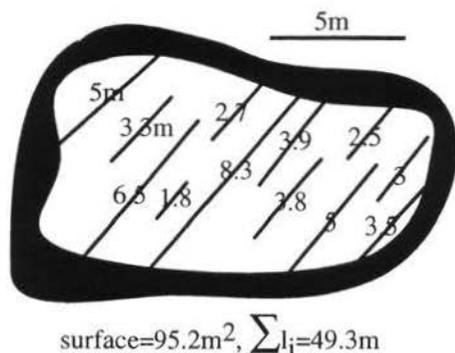


Figure 20: représentation d'un volume occupé par une discontinuité. On note que S_{moy} est la surface de la discontinuité elle-même et que la section S du volume occupé par une discontinuité est une surface limitée par un prisme de base S_{moy} et parallèle au plan de la section. Cette section est limitée à la base par l'intersection avec S_{moy} et de l'autre côté par les intersections avec les discontinuités rencontrées. Les x_i suivent généralement une distribution exponentielle négative [CRSFA/96.20].

D'autre part le nombre moyen de discontinuités par unité de volume vaut simplement

$$\rho_n = \frac{1}{\bar{V}} \quad (19)$$

◆ Exemple d'utilisation:



la longueur totale des persistances sur la figure 6 est de 49.3 m. La surface de la fenêtre est de 95,2 m². On a calculé $n=8.6$ dans l'exemple précédent. Avec la formule 15 on trouve la persistance moyenne:

$$\bar{l} = \frac{49.3}{8.6} = 5.7m$$

avec la formule 12 on obtient la fréquence, en supposant que $\theta=90^\circ$:

$$\lambda = \rho_a = \frac{49.3}{95.2} = 0.52 \text{m}^{-1} \text{ et donc}$$

l'espacement moyen vaut:

$$L = \frac{1}{\lambda} = 1.9 \text{m}$$

La surface moyenne d'une discontinuité est donnée par les formules 16 et 18:

$$S_{\text{moy}} = \frac{4}{\pi} 5.7^2 = 42 \text{m}^2 \text{ et le}$$

volume est tiré de 17:

$$\bar{V} = S_{\text{moy}} \times L = 42 \times 1.9 = 80 \text{m}^3$$

V.7.2 Nombre de discontinuités par unité de volume

Puisqu'on connaît le volume moyen occupé par une discontinuité ou la densité de discontinuités par unité de volume, on peut déduire les probabilités d'occurrence d'une discontinuité dans un volume donné ou même la probabilité que k discontinuités s'y trouvent.

On fait le même raisonnement pour la densité de discontinuités par unité de volume que pour les fréquences. Au lieu de considérer la probabilité de trouver une discontinuité le long d'une ligne donnée, on considère la probabilité d'en rencontrer une dans un volume donné. Donc, par analogie, on remplace λ par ρ_n (formule 3), la probabilité qu'une discontinuité se trouve dans un volume v est donnée par:

$$f(v) = \rho_n e^{-\rho_n v} dv = \frac{1}{V} e^{-\frac{v}{V}} dv$$

Le problème qui se pose dans l'espace est de connaître la probabilité de trouver k discontinuités dans un volume v ; c'est la loi de Poisson qui donne cette probabilité:

$$P(k, v) = \frac{1}{k!} (\rho_a v)^k e^{-\rho_a v}$$

Si on veut calculer la probabilité qu'il y ait moins de m discontinuités dans un volume v , on comptabilise toutes les solutions pour $k < m$:

$$P(< m, v) = P(0, v) + P(1, v) + P(2, v) + \dots + P((m-1), v)$$

Ces formules permettent d'obtenir une estimation utile du nombre de discontinuités qui peuvent se trouver dans un volume donné lorsqu'on veut connaître la probabilité que des discontinuités traversent une masse rocheuse de volume v .

V.8 Estimation de la persistance des discontinuités par la méthode de Pahl (1981)

La méthode de Pahl consiste à compter le nombre de discontinuités qui sont contenues, qui traversent complètement la fenêtre et qui sont visibles (total) dans une fenêtre rectangulaire d'observation. Cette méthode permet d'estimer la longueur moyenne des traces des discontinuités sur une surface, sans a priori sur leur distribution.

On choisit une fenêtre dont la base u est perpendiculaire aux traces des discontinuités. Soit γ la densité de centres de traces par unité de surface. Si toutes les traces avaient une longueur x , le nombre de traces qu'on pourrait voir complètement ou partiellement dans la fenêtre (figure 21.a) de hauteur h et de largeur u vaudrait

$$n_x = N(x) = (x+h) \gamma u$$

On peut faire ce raisonnement pour tout x . Chacune de ces configurations a un certain poids et, si on fait la moyenne de toutes ces possibilités, on obtient pour le nombre total moyen de discontinuités visibles dans la fenêtre

$$n = \bar{n}_x = (\bar{x} + \bar{h}) \gamma u = (\mu_x + h) \gamma u$$

Faisons le même raisonnement pour celles qui sont complètement contenues dans la fenêtre d'observation (figure 21.b). Leur longueur doit être inférieure à h . Puis, si toutes les discontinuités avaient une longueur x , le nombre serait égal à

$$n_{0x} = N(x) = \gamma u (h-x) \text{ et } x < h \text{ et } n_0 = 0 \text{ si } x \geq h$$

Dans ce cas on ne peut pas calculer la moyenne de n_{0x} sur tous les x , car on ne connaît pas la distribution des persistances. Les traces qui traversent la fenêtre doivent posséder une longueur supérieure ou égale à h (figure 21.c). Si toutes avaient une longueur x , le nombre de celles qui traversent complètement la fenêtre serait donné par:

$$n_{2x} = N(x) = \gamma u (x-h) \text{ avec } x \geq h \text{ et } n_2 = 0 \text{ si } x < h$$

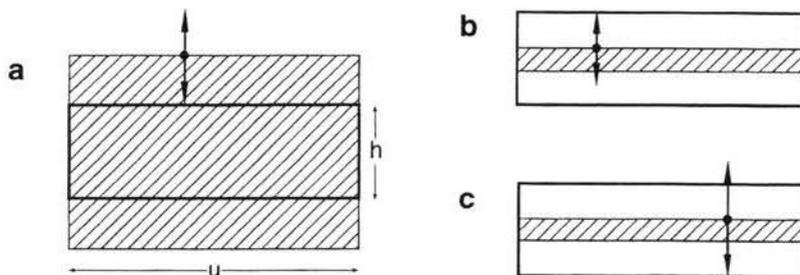


Figure 21: a) cas limite pour lequel une discontinuité de longueur x est vue dans la fenêtre de hauteur h . La surface hachurée est le lieu des centres des discontinuités que l'on peut voir dans la fenêtre. b) cas limite pour lequel une discontinuité de longueur x est complètement visible dans la fenêtre. La surface hachurée est le lieu des centres qui respectent cette condition. c) cas limite et lieu des centres des discontinuités qui traversent complètement la fenêtre [CRSFA/96.20].

Là non plus, on ne peut connaître la moyenne sans la distribution. Par contre on constate que la variable $n_2 - n_0$ recouvre toutes les valeurs possibles de x . Par conséquent on peut en faire la moyenne. La moyenne des différences entre le nombre de discontinuités traversant complètement et contenues dans la fenêtre d'observation vaut:

$$n_2 - n_0 = \gamma u \left(\overline{(x-h)_{x \geq h}} - \overline{(h-x)_{x < h}} \right) = \gamma u (\mu_x - h)$$

Comme on ne connaît pas forcément γ , on l'élimine en faisant un rapport de la différence $n_2 - n_0$ avec le nombre total n , ce qui donne

$$\frac{n_2 - n_0}{n} = \frac{\gamma u \mu - h}{\gamma u \mu + h}$$

d'où on tire la moyenne des traces

$$\mu = h \frac{(n + n_2 - n_0)}{(n - n_2 + n_0)} \quad (20)$$

On constate que l'estimation n'est bonne que lorsque la longueur de la fenêtre est suffisante et h est de l'ordre de grandeur de μ .

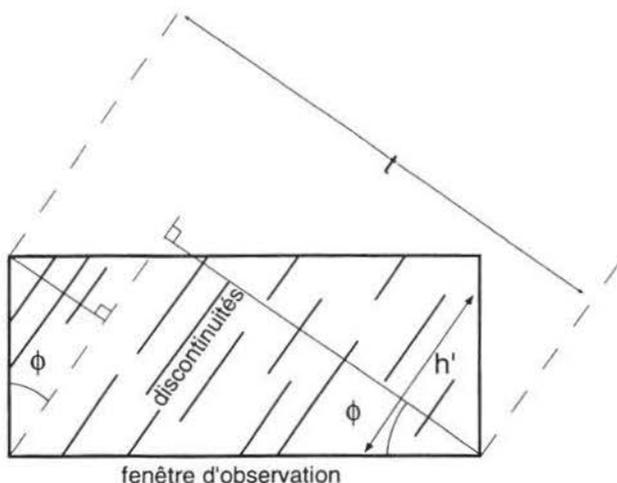


Figure 22: figure qui illustre le calcul de la section t de la fenêtre d'observation dans la direction ϕ [CRSFA/96.20].

Dans le cas où les discontinuités sont obliques, alors h' , la hauteur de la fenêtre dans la direction ϕ des discontinuités, n'est plus constante. Il faut en prendre la moyenne. Or la moyenne de h' peut se calculer simplement, en constatant que la dimension de la fenêtre prise perpendiculairement aux traces des discontinuités multipliée par la moyenne de h' doit être égale à la surface de la fenêtre (figure 22):

$$u \times h = t \times \bar{h}' \Rightarrow \bar{h}' = \frac{u \times h}{t}$$

Sur la figure 22 on voit que la section t vaut:

$$t = h \sin \phi + u \cos \phi$$

d'où on tire:

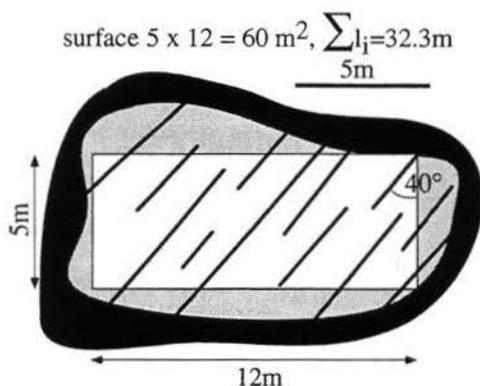
$$\bar{h}' = \frac{h \times u}{(h \sin \phi + u \cos \phi)}$$

En remplaçant h par h' dans la première formule on obtient le résultat pour une famille de discontinuités obliques à une fenêtre rectangulaire.

$$\mu = \frac{h \times u}{(h \sin \phi + u \cos \phi)} \frac{(n + n_2 - n_0)}{(n - n_2 + n_0)} \quad (21)$$

On constate que lorsque $\phi=0$ et qu'il n'y a que des discontinuités contenues dans la fenêtre, cette formule est égale à 0, et qu'elle tend vers l'infini s'il n'y a que des discontinuités qui traversent la fenêtre. Dans le premier cas il s'agit de discontinuités beaucoup plus petites que h et par conséquent on peut en trouver la moyenne directement. Dans le deuxième cas on ne peut rien savoir, elles sont beaucoup plus grandes que h .

◆ **Exemple d'utilisation:**



l'estimation de la persistance moyenne des discontinuités de la figure 6 par la méthode de Pahl nécessite de définir un rectangle sur la fenêtre d'échantillonnage. La fenêtre choisie fait $5 \times 12 \text{ m}$ ($h \times u$). Le nombre des discontinuités qui sont contenues, qui transectent et totales est:

$$n_0 = 2, n_2 = 3 \text{ et } n_{\text{tot}} = 12.$$

L'angle ϕ est égale à 40° , et ainsi à partir de la formule 21 on obtient la persistance moyenne:

$$\mu = \frac{5 \times 12}{5 \times \sin 40^\circ + 12 \times \cos 40^\circ} \times \frac{12 + 3 - 2}{12 - 3 + 2} = 5.7 \text{ m}$$

Ce résultat est en parfait accord avec celui de la méthode précédente. On peut encore comparer l'espacement moyen obtenu sur cette fenêtre avec celui obtenu précédemment à l'aide des formules 11 et 12. La longueur totale valant 32.3 m on obtient

$$L = \frac{5 \times 12}{32.3} = 1.9 \text{ m}$$

ce qui est équivalent aux résultats de la méthode précédente.

V.9 Densité de lignes d'intersection de deux familles de discontinuités

Il vaut la peine d'estimer le nombre d'intersections par unité de surface afin de tester la validité des modèles probabilistes que nous proposons. Les différences observées entre la théorie et le terrain peuvent suggérer des hiérarchies de fracturation.

Pour simplifier, on considère deux familles de discontinuités (f_1 et f_2) orthogonales, réparties de façon homogène dans l'espace. Dans un plan parallèle à l'une des familles (f_1), la probabilité pour une ligne de croiser une discontinuité de l'autre famille (f_2) est donnée par le rapport entre la surface totale des discontinuités S_d et l'aire de la portion de plan considéré S_{tot}

$$\frac{S_d}{S_{tot}} = \rho_{a1} dz$$

La longueur des lignes d'intersection de la famille f_2 est similaire à la longueur des discontinuités levées sur une surface d'observation (figure 23), et par conséquent cette longueur est donnée par (formule 12):

$$\sum l_i = \rho_{a2} S_{tot}$$

La longueur totale des intersections dans un volume $V = S_{tot} \cdot h$ s'exprime comme:

$$l_{tot} = \int_{z=0}^{z=h} \rho_{a1} S_{tot} \rho_{a2} dz = V \rho_{a1} \rho_{a2} \quad (22)$$

De façon pratique la densité de lignes d'intersection de deux familles de discontinuités perpendiculaires est proportionnelle au produit de leurs densités surfaciques.

Si les discontinuités ne sont pas orthogonales (angle θ), on corrige le résultat en calculant la densité apparente de l'une sur la surface de l'autre et on obtient:

$$l_{tot} = V \rho_{a1} \rho_{a2} \sin \theta = V \rho_{lin} \quad (23)$$

Par analogie avec ce qu'on a fait pour les densités surfacique et volumique, on montre que le nombre d'intersections par unité de surface est égal à la longueur totale des intersections par unité de surface:

$$\rho_{lin} \approx \frac{\sum \text{Nombre intersections}}{S_{obs} \cos \alpha} \quad (24)$$

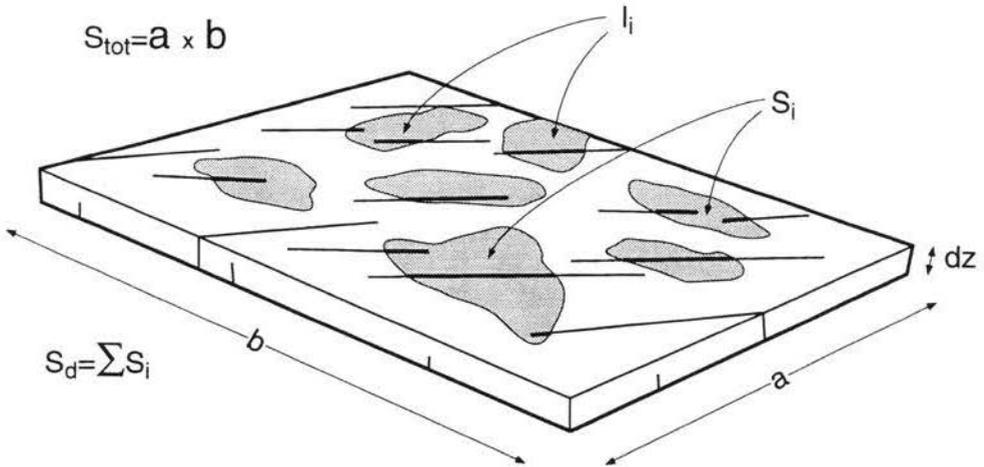


Figure 23: représentation graphique de la densité de lignes d'intersection par unité de volume [CRSFA/96.20].

α étant l'angle entre les lignes d'intersections et le pôle de la surface d'observation. Il est intéressant de comparer le résultat des deux dernières formules. Cela permet de vérifier la validité du modèle ou la qualité de l'échantillonnage.

♦ **Exemple d'utilisation:** deux familles de discontinuités orthogonales ont des fréquences de 1 et 5 m^{-1} . Dans un cube de roche de 10m de côté on trouve d'après (23):

$$l_{tot} = 1 \times 5 \times 10^3 = 5000m$$

de lignes d'intersection formées par ces deux familles. Le nombre N d'intersections sur la surface d'un côté du cube (100 m^2) si les familles sont chacune parallèles à une des faces vaut:

$$N = \rho_{lin} \times S_{obs} = 1 \times 5 \times 100 = 500$$

Si on les considère comme continues, alors on voit la cohérence des résultats: 500 x 10 = 5000 m de lignes d'intersection.

VI Modèle probabiliste de cheminement qui peut permettre la rupture

Le problème posé est de connaître la probabilité que des discontinuités se trouvant dans un volume donné soient agencées de façon dangereuse. Nous nous bornerons à l'étude d'une surface consistant en $n \times k$ sites de discontinuités situées sur un réseau rectangulaire (figure 24). Si k discontinuités permettent le glissement vers la droite, c'est-à-dire si elles permettent de traverser le "massif" de part en part en restant à plat ou en descendant, on considère que c'est un cas favorable. L'ensemble des cas est celui de toutes les configurations possibles de k discontinuités dans $n \times k$ sites.

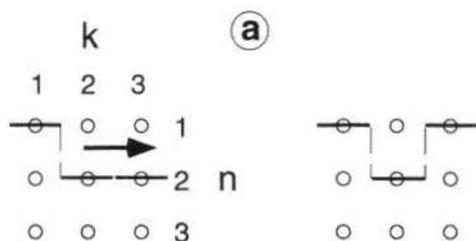


Figure 24: $k \times n$ sites dans lesquels on place k discontinuités. a) cas favorable. b) cas défavorable au glissement [CRSFA/96.20].

L'idée est d'obtenir une formule donnant le nombre de configurations qui permettent le glissement. On suppose qu'on rencontre en moyenne k discontinuités dans la surface " $k \times n$ " (la dimension selon k peut être k fois la persistance moyenne et selon n , n fois la distance moyenne entre 2 discontinuités).

Suivons un exemple où $k=n=3$ (figure 25). Partons du premier cas où toutes les discontinuités se trouvent au sommet. Dans la colonne trois, il y a deux possibilités supplémentaires ($n-1$) de placer la discontinuité. Si on place la deuxième discontinuité au milieu ($i, j=2$), il y a ($n-1$) possibilités de placer la troisième. Si on la place en (2,3) alors il ne reste plus qu'une possibilité de placer la troisième ($n-2$). Il existe encore les cas déduits des positions (1,2) et (1,3) de la première discontinuité. On obtient finalement en comptabilisant les termes ($n-x$):

$$N(k \times n) = 1 + k(n-1) + (n-2) \sum_{i=1}^{k-1} i + \left(1 + \sum_{i=1}^{k-2} 3i \right) (n-3) + \dots$$

En fait, à chaque fois qu'on se déplace vers la gauche, on ajoute toutes les possibilités de la colonne précédente plus celles qui découlent d'une position inférieure de la nouvelle colonne, jusqu'à ce qu'on se trouve à $n-x=1$.

L'ensemble de toutes les configurations possibles est donné par

$$C_{n \times k}^k = \frac{(n \times k)!}{k!((n-1) \times k)!}$$

Nous avons dressé un tableau pour les cas simples comptables à la main.

N(k×n)	Nombre de configurations favorables	Nombre total de configurations	Proportion de cas favorables
(2,2)	3	6	0.5
(2,3)	6	15	0.40
(3,2)	4	20	0.20
(3,3)	10	84	0.12
(3,4)	20	220	0.09
(4,3)	15	495	0.03
(4,4)	35	1820	0.02

On voit que les probabilités de traverser un rectangle deviennent faibles pour de petites discontinuités. Néanmoins, si les probabilités d'occurrence de trois discontinuités dans un rectangle sont élevées, il est aussi assez probable qu'il y en ait une de plus. La probabilité du nombre de discontinuités présentes suit une loi binomiale. On s'aperçoit par comptage simple dans trois cas que les probabilités de configurations favorables augmentent très vite jusqu'au nombre $(n(k-1)+1)$, où la probabilité est de 1 (figure 26).

Dans ce modèle, la continuité n'est pas assurée. Dans le cas d'un réseau très dense, où la distance suivant n présente une probabilité d'occurrence de discontinuité élevée ($n \times d=99\%$ de probabilités qu'il y ait une discontinuité dans une colonne). La probabilité d'avoir 2 ou 3 discontinuités dans une colonne est ainsi élevée. Par conséquent le nombre des cas favorables au glissement est non négligeable.

Ainsi, ce sont les ponts rocheux qui déterminent la résistance de la roche. Si la roche est friable, il est possible qu'un réseau de petites discontinuités la débite. Dans le cas où la roche est résistante, il faut par contre un réseau de discontinuités associées (ici perpendiculaires) pour que la roche se disloque. Celles-ci ne devraient pas être plus espacées que la moitié de la persistance des petites discontinuités et être beaucoup plus persistantes que l'espacement entre les premières.

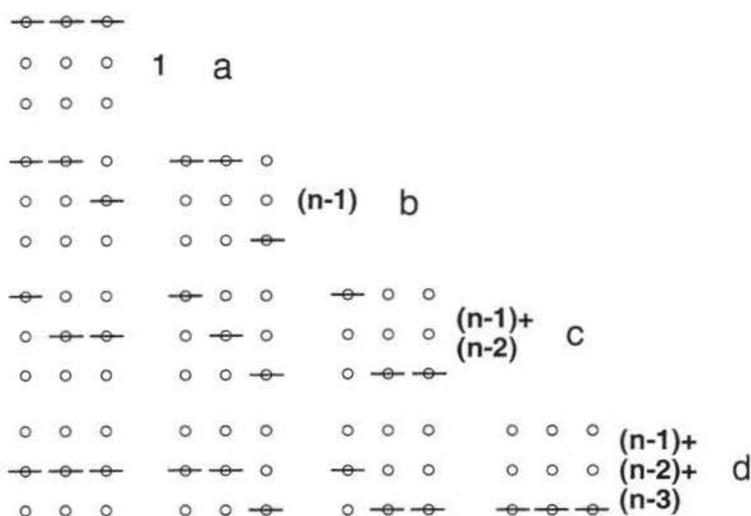


Figure 25: les configurations dangereuses pour $n=3$, $k=3$ déduites systématiquement. a) possibilité unique, toutes les discontinuités en $n=1$. b) les 2 possibilités dues à la troisième colonne seule. c) possibilités liées au site de la deuxième et troisième colonne. d) possibilités liées aux déplacements dans la première colonne [CRSFA/96.20].

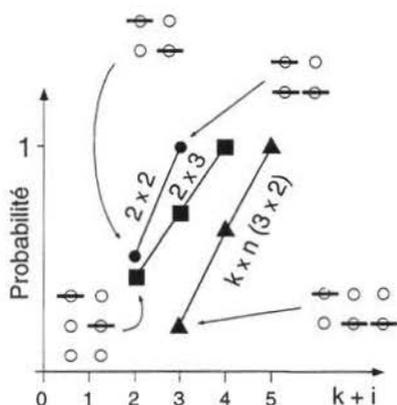


Figure 26: Probabilité que $k+i$ (à partir de $i=0$) discontinuités situées sur un réseau rectangulaire autorisent le glissement dans ce rectangle sur $n \times k$ sites [CRSFA/96.20].

On peut retourner le problème et dire que, dans le cas présenté ici (figure 24), les espacements horizontaux sont beaucoup plus faibles que les espacements verticaux. L'intérêt de cette remarque est qu'un réseau de petites discontinuités n'est

dangereux qu'associé à des discontinuités plus persistantes, car la probabilité pour que deux familles de petites discontinuités se croisent de manière à traverser le massif est très faible, à moins que leur densité ne soit énorme.

En conclusion on peut affirmer que les méthodes les plus élégantes pour résoudre le problème de la connectivité des discontinuités font appel aux simulations. Mais il est déjà possible de s'en faire une idée en utilisant les distributions des espacements entre les discontinuités.

VII Un modèle géométrique probabiliste simple de glissement rocheux

On étudie ici la probabilité qu'une discontinuité traverse complètement un massif rocheux.

Le volume étudié est défini par un plan qui représente une paroi rocheuse de pente α , un plan sommital horizontal et une famille de discontinuités de pente β , a est la longueur du massif, d est la distance entre la discontinuité considérée et la droite marquant la rupture de pente topographique (figure 27). On suppose la distribution des espacements entre 2 discontinuités successives exponentielle négative et de moyenne L . Soit \vec{n} la direction normale à la famille de discontinuités.

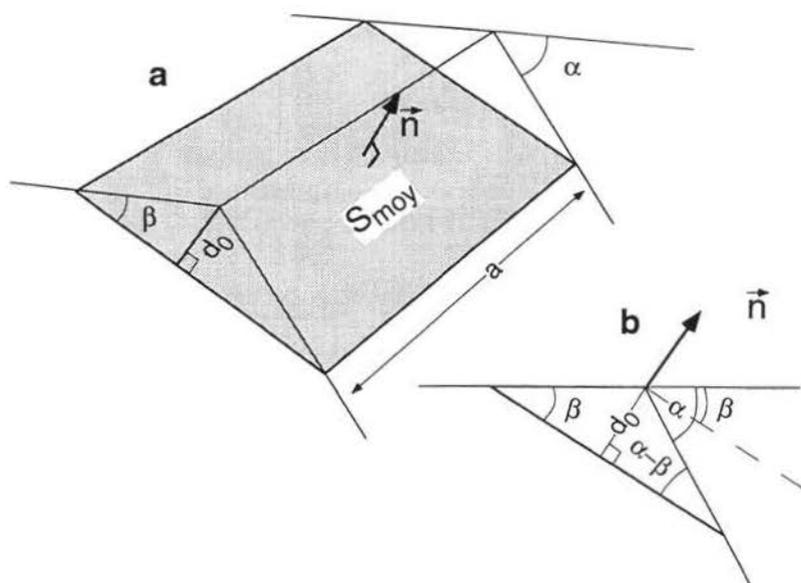


Figure 27: schéma du modèle simple. a: dans l'espace, b: relations entre les différents angles [CRSFA/96.20].

La probabilité de rencontrer un plan de discontinuités en partant depuis l'arête du massif dans la direction \vec{n} est donnée par la fonction de répartition $F(d)$. Ceci est

vrai tant que la surface moyenne S_{moy} , supposée rectangulaire, suffit à recouper complètement le massif. On ne considère donc que cette configuration limite. Soit d_0 la distance le long de \bar{n} lorsque S_{moy} recoupe exactement le massif:

$$S_{\text{moy}} = a \times d_0 \left(\frac{1}{\text{tg}(\beta)} + \frac{1}{\text{tg}(\alpha - \beta)} \right)$$

Ainsi tant que $d \leq d_0$ la probabilité d'occurrence d'une discontinuité s'écrit:

$$P(d) = 1 - e^{-d/L}$$

Lorsque $d > d_0$ la probabilité d'occurrence diminue encore puisqu'en moyenne la surface S_{moy} est plus petite que la surface nécessaire à recouper tout le massif. Ne connaissant pas la distribution des persistances, on suppose en effet que la probabilité d'occurrence d'une discontinuité de surface supérieure à S_{moy} est inversement proportionnelle à sa surface. Dans ce cas, on suppose que la probabilité est d'autant plus faible que le rapport de la surface moyenne à la surface nécessaire pour traverser tout le massif $S(d)$ est petit. Il s'ensuit qu'on peut écrire que la "probabilité d'occurrence" d'une seule discontinuité au travers du massif au-delà de d_0 est donnée par

$$P(d|d > d_0) = \int_{d=d_0}^{\infty} \frac{S_{\text{moy}}}{S(x)} f(x) dx = \frac{S_{\text{moy}}}{a \left(\frac{1}{\text{tg}(\beta)} + \frac{1}{\text{tg}(\alpha - \beta)} \right)} \frac{1}{L} \int_{d=d_0}^{\infty} \frac{1}{x} e^{-x/L} dx$$

L'intégrale est une intégrale exponentielle dont on connaît certaines approximations, ce qui permet de calculer la probabilité d'occurrence d'une discontinuité dangereuse dans le massif par:

$$P = P(d_0) + P(d > d_0)$$

Pratiquement, pour être en accord avec le modèle du dièdre présenté plus loin, on se limite à la probabilité liée à d_0 :

$P \approx P(d_0)$ avec

$$P(d_0) = 1 - e^{-d_0/L} \text{ et } d_0 = \frac{S_{\text{moy}}}{a \times \left(\frac{1}{\text{tg}(\beta)} + \frac{1}{\text{tg}(\alpha - \beta)} \right)} \quad (25)$$

Ainsi on a quantifié la probabilité qu'une discontinuité traverse un massif.

♦ **Exemple d'utilisation:** étudions un cas où $\alpha=90^\circ$ et $\beta=45^\circ$, la surface moyenne est de 1000m^2 , $a=30\text{m}$ et $L=10\text{m}$. On

obtient d_0 avec (25) et la probabilité qu'une discontinuité traverse le massif est donnée par:

$$d_0 = \frac{1000}{30 \times \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right)} = 16.7 \text{ m et}$$

$$P(16.7) = 1 - e^{-16.7/10} = 0.81$$

Donc dans ce cas il y a 81% de chances pour qu'une discontinuité de cette famille traverse le massif, sous les hypothèses définies plus haut.

VIII Modèles probabilistes d'intersection de discontinuités

VIII.1 Connectivité de deux familles de discontinuités: traitements simples

On étudie ici en deux dimensions les conditions requises pour que des discontinuités se recoupent et les probabilités de recouplement. Un modèle plus complet peut être envisagé si on suppose que les distributions des traces sont connues. Einstein et al. (1983) développent un modèle géomécanique basé sur une distribution exponentielle négative de la longueur des traces.

Pour que deux familles de discontinuités se recoupent et forment un réseau continu, il faut que chaque discontinuité d'une famille soit capable de relier à coup sûr deux discontinuités du second système, il faut que les discontinuités d'une famille soient au moins deux fois plus persistantes que l'espacement séparant les discontinuités de l'autre système (figure 28), c'est-à-dire

$$\bar{l}_1 > \frac{2d_2}{\sin \theta} \quad \text{et} \quad \bar{l}_2 > \frac{2d_1}{\sin \theta} \quad (26)$$

où θ est l'angle entre les deux familles, \bar{l}_i est la persistance moyenne (ou section moyenne: D) de la famille i et d_j est l'espacement entre deux discontinuités de la famille j selon un certain seuil de probabilité. On utilise \bar{l}_i plutôt que D car $\bar{l}_i < D$.

Si les espacements entre discontinuités successives sont variables, alors on utilise la fonction de répartition des espacements et on choisit un seuil de probabilité. Cela signifie que $x\%$ des discontinuités se trouvent à une distance inférieure à $d_x\%$ de la précédente (figure 29).

Ainsi, si les deux conditions exposées ci-dessus (26) sont respectées, le réseau est considéré comme continu au seuil:

$$P_s = (X)^2 \quad (27)$$

qui est le produit des probabilités d'occurrence des deux réseaux.

Si par exemple on choisit d_1 et d_2 avec le seuil 97.5%, on obtient la probabilité de continuité:

$$P_s = (0.975)^2 \cdot 100\% \approx 95\%$$

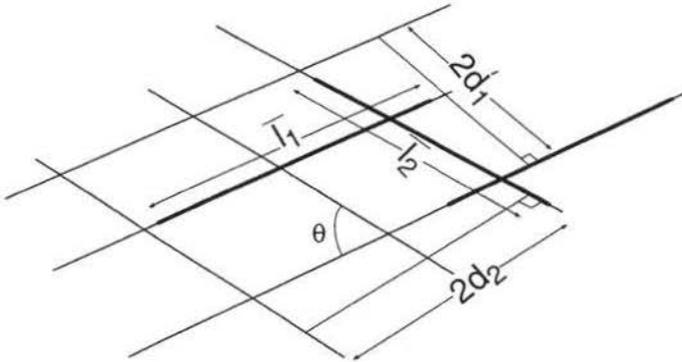


Figure 28: illustration des relations qui doivent exister entre deux familles de discontinuités, ici à espacement fixe, pour qu'elles forment un réseau continu, à savoir

$$\bar{l}_1 > \frac{2d_2}{\sin\theta} \text{ et } \bar{l}_2 > \frac{2d_1}{\sin\theta} \quad [\text{CRSFA/96.20}].$$

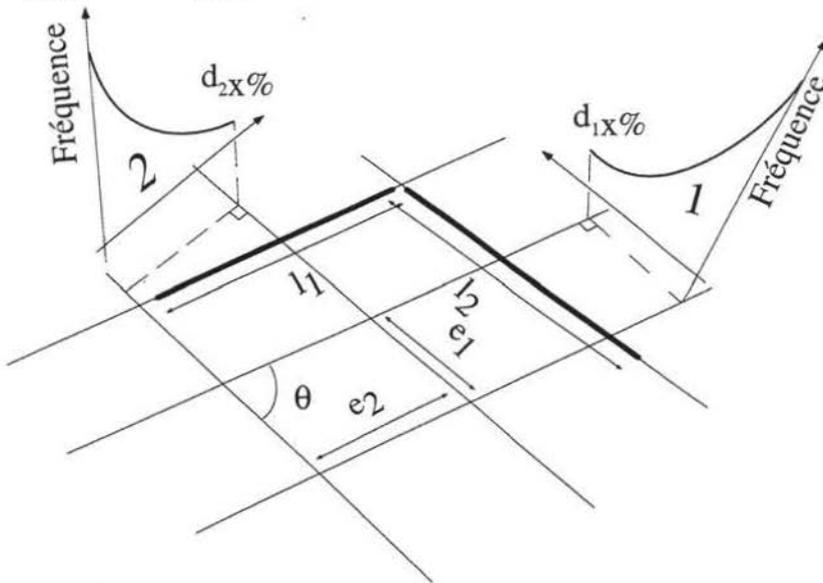


Figure 29: illustration de la notion de seuil de probabilité dans un réseau de discontinuités. Les familles de discontinuités respectent la condition 26, c'est-à-dire qu'elles se recoupent à coup sûr dans un pourcentage de cas défini par les distributions des espacements. On note que les distances sont toujours prises parallèlement aux discontinuités [CRSFA/96.20].

Si les conditions ci-dessus (26) ne sont pas remplies, on peut estimer la probabilité de croisement en prenant le rapport de \bar{l}_i sur $2d_j/\sin\theta$, de sorte que pour deux familles on obtient:

$$P_c = \frac{\bar{l}_1 \bar{l}_2 \sin^2 \theta}{4d_{\%1} d_{\%2}} \quad (28)$$

Dans le cas où l'une des familles croise l'autre à coup sûr pour un seuil donné X alors:

$$P_c = \frac{\bar{l}_2 \sin \theta}{2d_{1\%}}$$

et ainsi la probabilité totale de croisement vaut:

$$P_t = P_c \times P_s \quad (29)$$

Nous avons donc une quantification de la probabilité de continuité de deux réseaux de discontinuités. Pour une configuration (figure 30) à n couples de discontinuités qui se recoupent, on obtient la probabilité totale avec:

$$P_n^{\text{tot}} = P^n \quad (30)$$

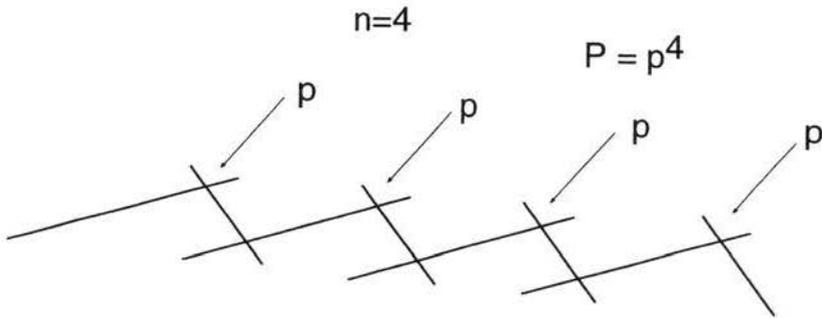


Figure 30: probabilité de rencontrer un escalier [CRSFA/96.20].

La comptabilisation des différentes configurations possibles pose un problème. Il est très long, voire impossible, d'estimer la probabilité de chaque configuration spatiale. Ceci justifie l'approche simpliste qui ne considère que la probabilité d'une configuration. Seules les simulations permettent de quantifier le poids respectifs des différentes configurations. On peut cependant chercher la direction moyenne due à la combinaison de deux familles: c'est la direction de plus forte densité (voir chapitre IV). On peut montrer que cette direction correspond bien à la diagonale du prisme formé par les deux réseaux de discontinuités (figure 31).

Cette direction peut être considérée comme une surface de décollement. Lorsque la topographie le permet, la surface composite ainsi définie peut générer un glissement. On notera que le glissement peut s'effectuer sur l'une ou les deux familles parallèlement à leur intersection.

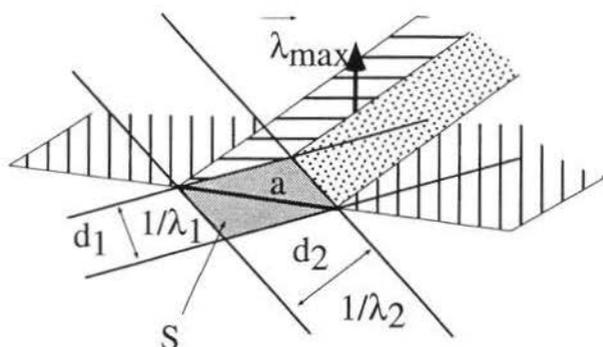


Figure 31: la fréquence maximum est nécessairement perpendiculaire à la droite d'intersection des deux familles, mais aussi perpendiculaire à la grande diagonale du parallélogramme formé par les deux réseaux. C'est en effet dans cette direction que l'espacement moyen entre discontinuités est le plus faible [CRSFA/96.20].

- ♦ **Exemple d'utilisation:** deux familles de discontinuités se recoupent sous un angle de 60° . La première possède un espacement moyen $L_1=10\text{m}$ et une persistance moyenne de $\bar{l}_1=10\text{ m}$, pour la seconde $L_2=5\text{m}$ et $\bar{l}_2=20\text{m}$. En appliquant 28 on obtient:

$$P_c = \frac{10 \times 20 \times \sin^2 60^\circ}{4 \times 36.9 \times 18.5} = 0.05$$

en utilisant $X=.975$ qui donne un seuil $d_{97.5\%} = 3.69\bar{x}$ d'où on a tiré 36.9 et 18.5m. Par conséquent la probabilité de recouplement sous un seuil de

$$P_s = .975^2 \approx 0.95 \text{ est de}$$

$$P_t = P_{\text{tot}} \approx 0.95 \times .05 = .048$$

Il y a donc 4.8% de chances que deux discontinuités de ce type se recoupent suivant le seuil P_s . D'autre

part, il est difficile de former un réseau de 4 discontinuités, puisque pour 4 discontinuités la probabilité tombe à $.048^2 = 0.002$.

VIII.2 Connectivité d'un réseau formé par quatre discontinuités appartenant à deux familles

VIII.2.1 Principe

Les résultats précédents dépendent trop du seuil de probabilité choisi. En effet, on prend des espacements entre les discontinuités selon un seuil et on compare ces espacements aux persistances moyennes, de sorte qu'on obtienne la proportion des discontinuités qui peuvent se recouper selon ce seuil.

C'est pourquoi nous proposons aussi une solution plus "naturelle", qui permet la quantification dans le plan de "marches d'escaliers" constituée par deux discontinuités de deux familles différentes distribuées aléatoirement dans l'espace. De plus, on considère que chacune de ces discontinuités est recoupée par au moins deux discontinuités de l'autre famille (figure 32).

Pour effectuer ce calcul il faut connaître l'angle entre les deux familles, leur persistance moyenne et leur espacement moyen.

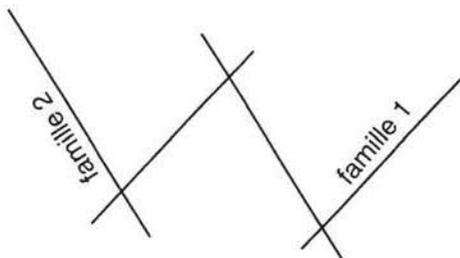


Figure 32: configuration dont on estime la probabilité d'occurrence [CRSFA/96.20].

VIII.2.2 Relation entre les angles

Comme on estime la probabilité qu'une discontinuité de la première famille soit recoupée au moins par deux discontinuités de la seconde, il faut connaître la

fréquence apparente de la seconde famille le long des discontinuités de la première (figure 33). Ainsi on obtient

$$\lambda_{\text{app}} = \lambda \cos(\theta) = \lambda \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \lambda \sin(\alpha)$$

Où α est l'angle (aigu) que forment les deux familles de discontinuités, θ est l'angle entre la normale à une famille et la surface des autres discontinuités. Cette formule est aussi valable si on inverse les discontinuités.

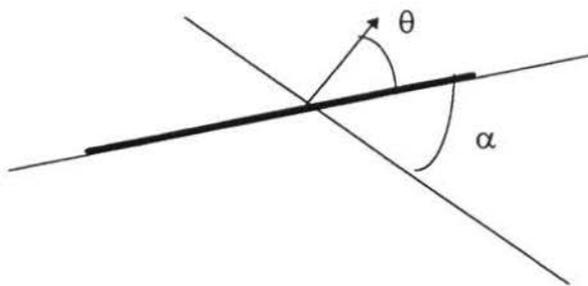


Figure 33: schéma des directions des discontinuités dans un plan perpendiculaire à la droite d'intersection des discontinuités. La fréquence apparente est calculée le long de la direction de la trace de la première famille (trait noir) [CRSFA/96.20].

VIII.2.3 Loi de distribution de la première famille le long de la seconde

Nous supposons ici que la distribution des espacements entre discontinuités est aléatoire, c'est-à-dire exponentielle négative. Le long d'une discontinuité de la première famille, la probabilité d'occurrence d'une discontinuité de la seconde famille est donnée par une distribution exponentielle négative de fréquence λ_{app} de ces dernières. λ_{app} est calculée dans la direction perpendiculaire à l'intersection des deux familles et dans le plan de la première famille:

$$f(x)dx = \lambda_{\text{app}} e^{-\lambda_{\text{app}}x} dx$$

où x est la distance mesurée le long d'une discontinuité l à partir d'une des extrémités de la discontinuité dans la direction de λ_{app} définie plus haut.

VIII.2.4 Solution 1

Supposons qu'on ne connaisse que la persistance moyenne des discontinuités. x ne peut être plus grand que \bar{l}_1 , la persistance moyenne. Si une discontinuité de la seconde famille existe à la distance x , alors il est possible qu'il en existe encore sur

la longueur $y \in \bar{l}_1 - x$. Par conséquent, la probabilité qu'il existe une deuxième discontinuité de la famille 2 qui recoupe une discontinuité de la famille 1 est donnée par le produit des probabilités d'occurrence des discontinuités dans les domaines x et y (figure 34).

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \int_0^{\bar{l}_1} \lambda_{app2} e^{-x\lambda_{app2}} \int_0^{\bar{l}_1-x} \lambda_{app2} e^{-y\lambda_{app2}} dy dx \\
 &= \int_0^{\bar{l}_1} \lambda_{app2} e^{-x\lambda_{app2}} (1 - e^{-(\bar{l}_1-x)\lambda_{app2}}) dx \\
 &= 1 - e^{-\bar{l}_1\lambda_{app2}} - \lambda_{app2} \bar{l}_1 e^{-\bar{l}_1\lambda_{app2}}
 \end{aligned} \tag{31}$$

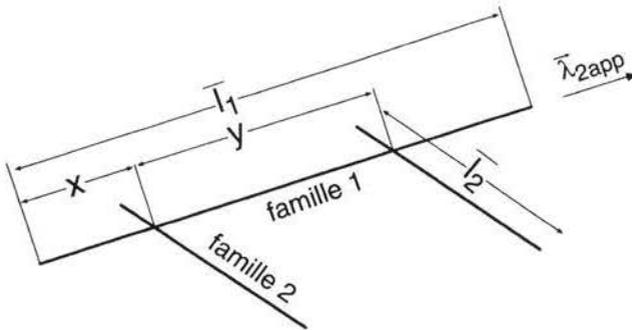


Figure 34: configuration particulière d'une discontinuité 1 recoupée par deux discontinuités de la seconde famille, dont on peut calculer la probabilité d'occurrence [CRSFA/96.20].

Cette formule indique la probabilité qu'une discontinuité de la famille 1 (formule 31) relie deux discontinuités (ou plus) de la famille 2. Il faut encore connaître l'aptitude de la famille 2 à relier deux discontinuités de la famille 1, ceci s'effectue de la même manière que précédemment en inversant les paramètres.

$$P_2 = 1 - e^{-\bar{l}_2\lambda_{app1}} - \lambda_{app1} \bar{l}_2 e^{-\bar{l}_2\lambda_{app1}}$$

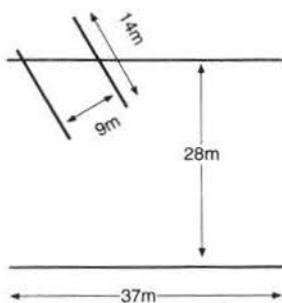
Le produit de ces deux probabilités P nous donne la probabilité que deux discontinuités soient susceptibles de former un réseau de 4 discontinuités successives dont deux sont recoupées deux fois.

$$P = P_1 \times P_2$$

VIII.2.5 Cohérence des résultats

Le résultat précédent peut être vérifié en suivant une autre démarche. En effet, dans le cas aléatoire, la probabilité de trouver k discontinuité 2 le long d'une discontinuité 1 de longueur \bar{l}_1 est donnée par la loi de Poisson. Or, tous les cas nous intéressent, sauf ceux où k est inférieur à 2, de sorte qu'il faut soustraire à 1 les cas où il n'y a pas de discontinuités et les cas où il n'y en a qu'une, à savoir les deuxième et troisième termes de la formule précédente.

♦ **Exemple d'utilisation:** Deux familles forment un angle de 76° et donc $\sin 76^\circ = .97$.



	Espacements moyens	Persistances moyennes	Fréquences	Fréquences corrigées
1	9m	14	.111	.108
2	28m	37	.036	.035

La probabilité de recouvrement vaut donc:

$$\begin{aligned}
 P &= \left(1 - e^{-37 \times .108} - 28 \times .108 e^{-37 \times .108} \right) \\
 &\times \left(1 - e^{-14 \times .035} - 14 \times .035 e^{-14 \times .035} \right) \\
 &= 0.91 \times .09 = 8\%
 \end{aligned}$$

Cela signifie qu'il y a 8% de chances que 4 discontinuités soient jointives.

VIII.2.6 Solution 2

Il existe une variante à cette vision. On peut simplifier en ne s'intéressant qu'aux discontinuités qui vont à coup sûr recouper deux discontinuités. Cela signifie qu'on ne considère que la proportion des discontinuités de la famille 2 dont l'espacement apparent est inférieur à la moitié de la persistance moyenne de la famille 1 (formule 26). Ensuite, on considère l'inverse. Le produit de ces proportions nous donne une quantification du recouvrement, mais moins précise que la précédente.

♦ **Exemple d'utilisation:** En reprenant les valeurs de l'exemple précédent on obtient la proportion de discontinuités de la famille 1 qui peuvent recouper une discontinuité de la famille 2:

$$P_1 = \left(1 - e^{-37 \times 108/2}\right) = .86$$

Il en va de même pour la famille 2:

$$P_2 = \left(1 - e^{-14 \times 035/2}\right) = .22$$

La proportion de celles qui sont recoupées à coup sûr vaut donc

$$P_{12} = P_1 \times P_2 = .86 \times .22 = 19\%$$

Il y a donc 1 chance sur 5 que 4 discontinuités soient jointives.

L'inconvénient de cette dernière formule est qu'elle ne considère qu'un cas de figure. Mais elle est un moyen rapide qui permet la hiérarchisation des connectivités.

VIII.3 Problème de la taille du débitage d'un massif rocheux

On s'attache dans ce paragraphe à déduire l'ordre de grandeur du débit des compartiments d'un massif rocheux. On étudie trois cas, suivant que deux ou trois familles découpent un massif et que la roche est peu ou fortement fracturée.

VIII.3.1 Taille des compartiments

La surface d'un compartiment choisi perpendiculairement à la direction d'intersection de deux discontinuités est donné par

$$S = \frac{d_1 d_2}{\sin \theta}$$

où les d_i sont les espacements des deux familles de discontinuités et θ l'angle aigu entre elles (figure 35). La surface apparente S_{app} de l'intersection d'un prisme généré par les deux familles de discontinuité avec un plan dont le pôle (\vec{n}_s : vecteur unitaire) fait un angle γ avec la ligne d'intersection des deux familles est donnée par:

$$S_{app} = \frac{d_1 d_2}{\sin \theta \times \cos \gamma} \quad (32)$$

On note que, vectoriellement, le dénominateur peut s'écrire comme la valeur absolue du produit mixte des trois vecteurs $\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_s$ (voir figure 35):

$$\sin \theta \times \cos \gamma = |(\bar{n}_1 \times \bar{n}_2) \cdot \bar{n}_s|$$

Les d_i peuvent être choisis comme la moyenne des espacements entre discontinuités ou à partir d'un seuil de probabilité. Nous avons défini la surface des compartiments, il faut encore choisir leur épaisseur. Généralement, dans les modèles, on la définit en choisissant une surface d'arrachement.

Nous proposons ici de la choisir une épaisseur à la moitié de la longueur moyenne des traces de la famille la moins persistante, c'est-à-dire

$$d = \frac{\frac{4}{\pi} \bar{l}_{\min}}{2} = \frac{2\bar{l}_{\min}}{\pi}$$

Ainsi, sous cette hypothèse d'arrachement de compartiment défini par deux familles, le volume moyen des compartiments prend la forme

$$V_m = \frac{2}{\pi \sin \theta} d_1 d_2 \bar{l}_{\min} \quad (33)$$

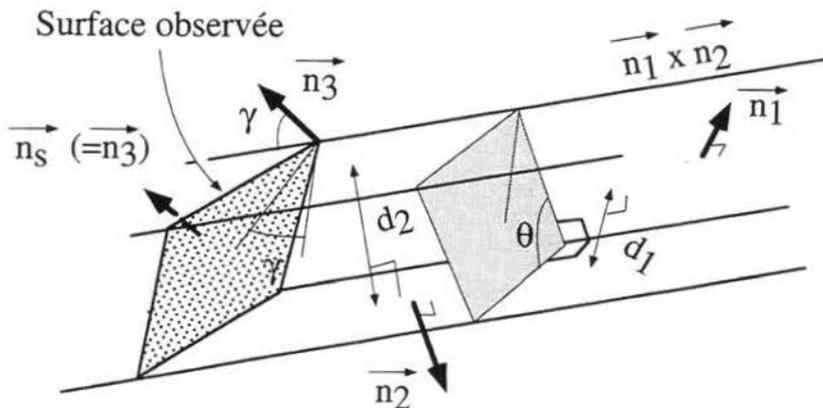


Figure 35: surface apparente d'un prisme découpé par deux familles de discontinuités (en pointillé [CRSFA/96.20]).

Cette formule permet, sur la base de données de terrain, de définir la taille des compartiments. Dans le cas où les d_i dépendent d'un seuil, le calcul du volume est laissé à l'appréciation du lecteur.

- ♦ **Exemple d'utilisation:** deux familles de discontinuités se recoupent sous un angle de 60° . La première possède un espacement moyen $L_1=10\text{m}$ et une persistance moyenne $\bar{l}_1=10\text{m}$, et pour la seconde $L_2=5\text{m}$ et $\bar{l}_2=20\text{m}$. La taille moyenne des compartiments qu'elles sont susceptibles de déborder dans un massif sain vaut, d'après 33:

$$V_m = \frac{2}{\pi \sin 60^\circ} 10 \times 5 \times 5 = 184\text{m}^3$$

VIII.3.2 Problème de l'épaisseur des compartiments

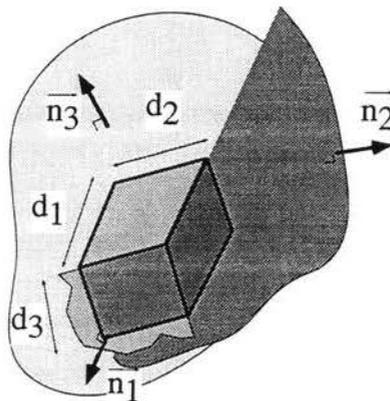


Figure 36: parallélépipède découpé par 3 discontinuités et représentation des variables utilisées pour le calcul de V_m pour trois familles de discontinuités [CRSFA/96.20].

La formule de V_m donnée plus haut suppose un compartiment sain et homogène, qui se comporte en un bloc. Il peut se présenter deux autres cas.

Le premier cas est celui où il y a un troisième réseau de discontinuités suffisamment persistant pour découper les prismes définis par les deux autres familles. A ce moment-là le volume moyen prend la forme simple du produit des d_i divisé par le produit mixte des trois pôles des discontinuités (figure 35 et 36). En effet, si on choisit une surface S_{app} parallèle à la troisième famille (perpendiculaire à \bar{n}_3), et qu'elle est délimitée par les deux premières familles de discontinuités, alors le volume du bloc est donné par S_{app} , multiplié par d_3 . Ce

n'est autre que le volume du parallélépipède défini par les trois familles (base \times hauteur). Numériquement on obtient:

$$V_m = \frac{d_1 d_2 d_3}{|(\vec{n}_1 \times \vec{n}_2) \cdot \vec{n}_3|} \quad (34)$$

♦ **Exemple d'utilisation:** 3 familles de discontinuités se recoupent. La famille 1 forme un angle de 60° avec la famille 2. La troisième est perpendiculaire aux deux autres. Leurs espacements valent respectivement: 10, 5 et 3m. Le produit mixte des trois directions est donné par:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos 60^\circ & \sin 60^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \sin 60^\circ$$

On obtient pour le volume "moyen" des compartiments que ces trois familles peuvent débiter:

$$V_m = \frac{10 \times 5 \times 3}{\sin 60^\circ} = 173 m^3$$

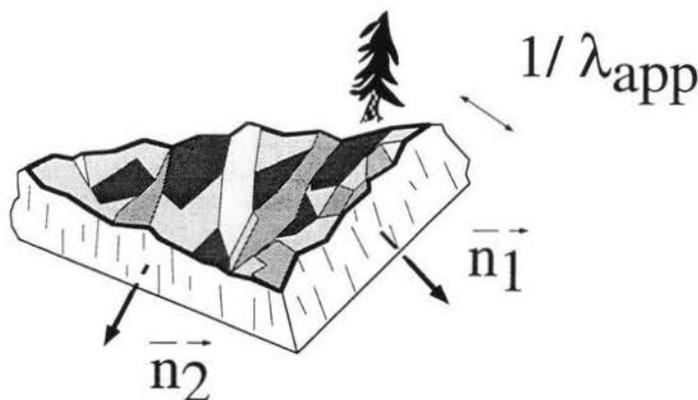


Figure 37: représentation du volume mis en jeu lorsque la roche est très fracturée en plus des deux discontinuités présentant un réseau continu [CRSFA/96.20].

Le deuxième cas est celui où la roche est très fracturée et présente (figure 37) une fréquence apparente λ_{app} élevée dans une direction proche de l'intersection des

deux familles, cette dernière possédant une orientation favorable au glissement. Il en découle que les compartiments vont être plus petits que ceux que nous avons définis dans une roche "saine". Si la densité des discontinuités prise suivant la direction d'intersection des deux familles est élevée, on peut supposer qu'il existe des discontinuités composites continues perpendiculaires à cette direction d'intersection. Ainsi, l'épaisseur des compartiments est donnée par:

$$e = \frac{1}{\lambda_{\perp 112}^{\text{app}}}$$

qui vaut donc l'inverse de la densité apparente $\frac{1}{\lambda_{\perp 111}^{\text{app}}}$ de discontinuités prise perpendiculairement aux deux familles considérées.

Le volume est dans ce cas défini par 2 familles de discontinuités persistantes et par un réseau de plus petites discontinuités associées:

$$V_m = \frac{1}{\sin \theta} d_1 d_2 \frac{1}{\lambda_{\perp 112}^{\text{app}}} \quad (35)$$

Où θ est l'angle aigu entre les deux pôles des deux familles de discontinuités.

♦ **Exemple d'utilisation:** 2 familles de discontinuités se recoupent sous un angle de 60° et possèdent des espacements moyens de 10 et 5m; elles permettent le glissement. L'ensemble des autres discontinuités dans la direction perpendiculaire à l'intersection des deux familles présente une fréquence apparente $\lambda_{\text{app}} = 4\text{m}^{-1}$. Par conséquent, à l'aide de la formule 35, on obtient pour le volume moyen débité:

$$V_m = \frac{1}{\sin 60^\circ} 10 \times 5 \frac{1}{4} = 14.5\text{m}^3$$

Ce résultats laisse supposer un débit progressif du massif, car le volume est grand en regard de l'espacement apparent moyen dans la direction d'intersection: $L_{\text{app}} = 0.25\text{m}$

VIII.4 Ce qu'on peut faire avec trois familles de discontinuités

Dans le cas où l'on veut déterminer la connectivité de trois familles de discontinuités, nous proposons de créer une discontinuité fictive à partir de deux d'entre elles, puis de la combiner avec la troisième (figure 38). Nous utilisons ici la méthode des seuils, d'autres méthodes sont à développer. On cherche donc la probabilité de croisement des deux premières familles qui vaut, comme on l'a vu:

$$P_2 = \frac{\bar{l}_1 \bar{l}_2 \sin^2 \theta_{12}}{4d_{\%1} d_{\%2}} X^2$$

où X est le seuil choisi pour les espacements. La direction apparente de cette discontinuité fictive est donnée comme nous l'avons vu par la fréquence maximum λ_{\max} de direction α_{\max} et β_{\max} . La fréquence λ_{\max} est égale à l'inverse de $d_{(12)}$, l'espacement moyen entre les discontinuités fictives. Les trois espacements d sont déduits du même seuil X et finalement la probabilité de connexion pour trois discontinuités

$$P_3 = \frac{\lambda_{(\max 12)} \bar{l}_3 \sin \theta_{3(\max 12)} \bar{l}_1 \bar{l}_2 \sin^2 \theta_{12}}{8 d_{\%1} d_{\%2}} X^3 \quad (36)$$

Cette formule donne un ordre de grandeur car elle n'est pas exactement constante si on permute l'ordre des indices.

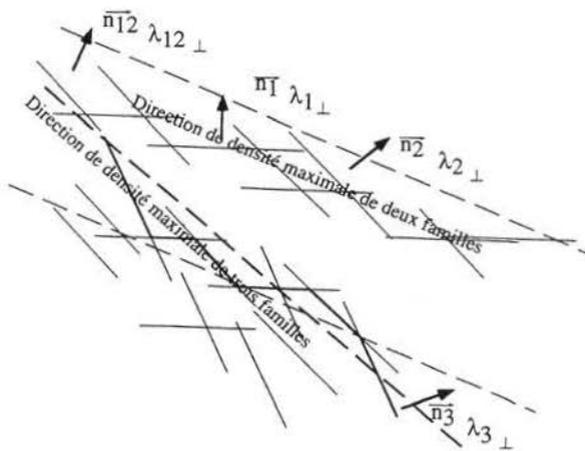


Figure 38: association de deux familles de discontinuités pour en faire une famille fictive qu'on croise avec une troisième [CRSFA/96.20].

VIII.5 Modèle "probabiliste de dièdre"

Développons ce qui est nécessaire pour pouvoir utiliser le modèle dièdre à partir de deux familles de discontinuités dont les pôles \vec{n}_1, \vec{n}_2 sont des vecteurs unitaires.

La hauteur h d'émergence de l'intersection des deux discontinuités dépend du choix de \mathbf{d}_1 et \mathbf{d}_2 (figures 39, 40). Pour construire le modèle on suit le raisonnement suivant: on se place sur l'arête du massif et pour chaque famille de discontinuités on pénètre dans le massif dans les directions de fréquence maximale jusqu'aux distances \mathbf{d}_i de chaque famille, qui sont définies soit par un seuil de probabilité soit par l'espacement moyen, comme nous les avons fait dans les chapitres IV et VIII. La probabilité de connectivité est définie de la même manière que sous le chapitre VIII.

Pour déduire la direction d'intersection on utilise le produit vectoriel:

$$\vec{i} = \frac{\vec{n}_1 \times \vec{n}_2}{\|\vec{n}_1 \times \vec{n}_2\|}$$

Les probabilités d'occurrence des plans sont calculées dans les directions \vec{n}_1 et \vec{n}_2 . Ces deux vecteurs définissent, bien sûr, un plan perpendiculaire à \vec{i} et aux deux familles de discontinuités. Connaissant les \mathbf{d}_1 et \mathbf{d}_2 , on peut définir un vecteur \vec{r} qui relie l'arête du modèle à un point A de la droite d'intersection des deux plans (figures 39,40). On obtient \vec{r} en projetant \mathbf{d}_1 et \mathbf{d}_2 sur les directions normales à \vec{i} et qui appartiennent respectivement aux plans des familles 2 et 1. Les normes des projections sont données par les \mathbf{d}_i multipliés par l'inverse du sinus de l'angle entre les deux familles discontinuités. On rappelle que le sinus de l'angle de deux vecteurs unitaires est donné par la norme de leur produit vectoriel. Ainsi, on obtient pour \vec{r} :

$$\vec{r} = \frac{\mathbf{d}_2}{\|\vec{n}_1 \times \vec{n}_2\|} (\vec{i} \times \vec{n}_1) + \frac{\mathbf{d}_1}{\|\vec{n}_1 \times \vec{n}_2\|} (\vec{i} \times \vec{n}_2)$$

\vec{s} est le pôle de la surface frontale du modèle (vecteur unitaire). Comme ce plan passe par 0, son équation est telle que le produit scalaire de \vec{s} avec un vecteur lui appartenant est nul, de sorte que le point d'intersection est donné par:

$$\vec{s} \cdot (\vec{r} + k\vec{i}) = 0$$

On obtient pour k et h les valeurs suivantes:

$$k = \frac{-(\vec{s} \cdot \vec{r})}{(\vec{s} \cdot \vec{i})} \quad \text{et} \quad h = r_3 + k i_3$$

en se rappelant que \vec{n}_1 , \vec{n}_2 et \vec{s} sont des vecteurs unitaires.

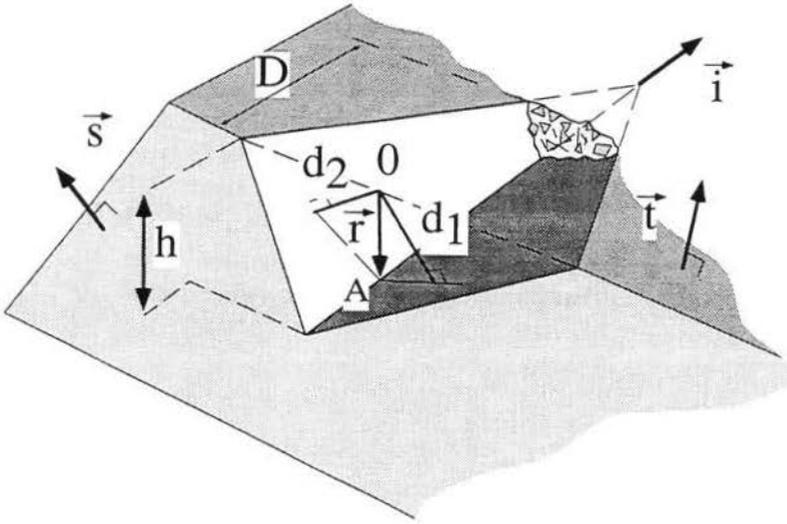


Figure 39: le modèle "probabiliste de dièdre" et ses différents paramètres [CRSFA/96.20].

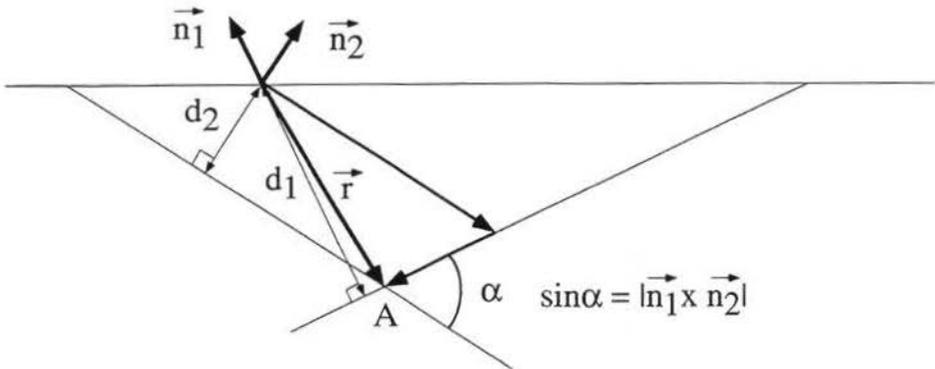


Figure 40: schéma qui explique le calcul du vecteur \vec{r} dans le plan perpendiculaire à la droite d'intersection de deux discontinuités [CRSFA/96.20].

On peut donc, à partir de ces conditions, appliquer le modèle du dièdre en fonction des d moyens ou de seuil de probabilité. Cependant, on prendra garde à la distance D , la profondeur du modèle, qui conduit à des valeurs qui impliquent des surfaces de discontinuités au plus égales à la plus petite des surfaces. On corrigera D si nécessaire, pour que les deux surfaces soient au minimum égales à leur surface moyenne.

IX Remède aux distributions d'espacement non aléatoires et au "clustering"

Lorsque les distributions des espacements entre discontinuités présentent une certaine périodicité, comme le fait par exemple une distribution gaussienne, cela implique l'utilisation du seuil de probabilité donné par la distribution expérimentale ou modélisée de ces espacements. Le problème est qu'il faut savoir où se trouve la première discontinuité. Si on ne le sait pas, l'approche aléatoire (distribution exponentielle négative) constitue l'unique solution. On utilise alors la fréquence λ moyenne pour définir la distribution exponentielle négative. Cela valide l'approche que nous avons suivie jusqu'à présent.

Dans les cas où les discontinuités sont regroupées (clustered), on est contraint de considérer que tout le massif possède les caractéristiques de la zone à forte densité. Cependant, une fois les calculs effectués avec toutes les formules qui tiennent compte des moyennes, on pondère la probabilité $P_{\text{clustered}}$ avec le rapport entre le volume de roche caractérisé par les fortes densités et le volume total. Ainsi la probabilité devient

$$P = \frac{V_{\text{clustered}}}{V_{\text{total}}} P_{\text{clustered}} \quad (37)$$

Ce rapport peut être estimé simplement sur la base des données d'une scanline. Il correspond au rapport entre la longueur totale des zones à densité élevée et la longueur totale de la scanline.

X Mise en oeuvre des méthodes

X.1 Généralités

La mise en oeuvre sur le terrain des méthodes proposées dans le présent article doit être assez souple et s'adapter aux conditions locales. On utilisera le plus souvent possible les scanlines et les fenêtres d'échantillonnage. L'application des formules proposées doit être opérée en parallèle avec le levé de terrain de façon à avoir toujours à l'esprit les ordres de grandeur et procéder aussi à un contrôle continu de la cohérence des méthodes. Il est par exemple intéressant de comparer des mesures effectuées à l'oeil avec celles qui résultent d'une fenêtre d'échantillonnage.

Le résultat de la confrontation entre l'agencement structural d'une falaise et la topographie doit guider le choix et l'utilisation des différents modèles (condition 1, § 1.1). Une fois les structures dangereuses identifiées, on cherche le ou les modèles probabilistes qui s'y appliquent le mieux:

- plan de discontinuité traversant entièrement la topographie,
- connectivité de deux familles de discontinuité,
- etc.

On estime ainsi les probabilités d'occurrence des structures dangereuses et les volumes de roche mis en jeu.

X.2 Recommandations pour l'échantillonnage

Les recommandations ci-après doivent être respectées au mieux. Elles sont souvent préteritées par le manque de temps à disposition et les difficultés d'accessibilité des falaises. On est plus d'une fois réduit à devoir apprécier à distance les caractéristiques des discontinuités. Dans ce cas, celui qui procède au levé doit connaître la procédure qui induit le moins de biais possible. A chaque fois qu'on « transgresse » cette procédure idéale, il faut se poser la question: « Quelle difficulté telle ou telle simplification peut générer ? ».

D'une façon générale, il est important de relever tous les espacements, les orientations, etc. le long d'une scanline, car c'est la seule source de variables statistiques non biaisée. Seules les discontinuités recoupées par la scanline doivent être prises en compte. On peut ainsi pondérer les résultats suivant l'orientation de la scanline dont on n'omettra d'ailleurs pas de relever l'orientation. Pour obtenir une image du volume de roche une scanline ne suffit pas, il en faut théoriquement au minimum trois qui soient perpendiculaires, pour qu'aucune famille ne soit parallèle à la scanline. La scanline donne les distributions vraies des espacements, ce qui est fondamental dans les développements que nous avons faits ici; en effet c'est la seule façon de vérifier si les distributions sont exponentielles négatives. Bien entendu, un dessin précis d'une surface comportant toutes les traces permet d'interpréter plusieurs scanlines à posteriori. Pratiquement on effectue l'échantillonnage le long d'une ligne dont la largeur correspond à hauteur d'homme, en ne tenant pas compte des discontinuités d'une persistance inférieure à 1 m.

La fenêtre d'échantillonnage est indispensable pour connaître la valeur moyenne de la persistance d'une famille. Après avoir noté la surface et l'orientation de la fenêtre, on mesure les persistances à l'intérieur de celles-ci en indiquant si les discontinuités mesurées sont contenues, traversantes ou avec une seule extrémité visible.

Rappelons que toute information a son importance et que dans tous les cas l'on s'efforcera de suivre au mieux les recommandations ci-dessus.

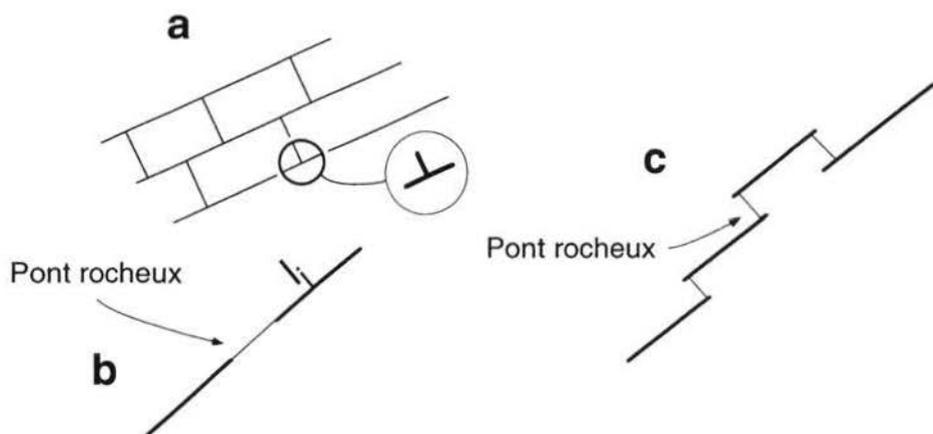


Figure 41: a) l'observation du type d'intersection peut indiquer la dépendance d'une famille par rapport à une autre. b) illustration de la distance entre deux discontinuités coplanaires c) ponts rocheux obliques, lorsque les discontinuités ne sont pas absolument coplanaires (cas réel) [CRSFA/96.20].

Si on observe du "clustering", il est important de le noter et d'étudier attentivement les caractéristiques des discontinuités dans la zone à forte densité de fracturation.

Les intersections entre les familles principales de discontinuités doivent être observées aussi souvent que possible. Le nombre rencontré par unité de surface (prise perpendiculairement à la direction des intersections) donne la "densité de lignes" par unité de volume. Le mode de recoupement, en "Y", "T", "X" etc., leur nombre par unité de surface et leur proportion doivent également être notés. Cela peut en effet mettre en évidence une hiérarchie entre les discontinuités, ce qui est une information utile aux modèles géomécaniques (figures 41, 10).

Si les discontinuités sont coplanaires, on note la distance qui sépare deux discontinuités le long de ce plan. C'est à nouveau une information précieuse dans l'optique d'utilisation de modèle géomécanique.

XI Conclusions

La partie du projet PNR 31 qui est à la base du présent article a permis d'estimer la probabilité d'occurrence en profondeur d'une discontinuité pour des cas simples. La méthode développée permet par exemple d'estimer le pourcentage de chance qu'a une discontinuité de recouper toute une tête d'éperon.

Toujours pour des cas simples, des méthodes ont été expérimentées pour estimer la probabilité de recouplement en profondeur de deux discontinuités et la probabilité qu'elles ont de former un « escalier à deux marches ».

Etant donné l'importance primordiale de la fiabilité des données chiffrées pour appliquer les méthodes probabilistes, une technique d'échantillonnage a été mise au point avec succès. Elle comprend plusieurs procédures complémentaires, telles que fenêtres d'échantillonnage à différentes échelles et scanline. Dans de bonnes conditions, ces procédures peuvent être mises en oeuvre simultanément et la cohérence des résultats testée. En situation défavorable, le procédé le plus adéquat pourra être choisi.

Les diverses méthodes proposées ont l'avantage de la simplicité tout en se basant sur un minimum d'a priori. Elles sont à la portée de tout géologue ou géotechnicien qui a un tant soit peu le sens du terrain. Cependant, le traitement d'une aire structurale complexe doit très rapidement tenir compte des paramètres géomécaniques et ne peut de ce fait être effectué sans simulation, car elle seule permet de tester chaque configuration du point de vue de la mécanique des roches (Einstein, 1993).

Bibliographie

- BAECHER, G. B. 1983: Statistical analysis of rock mass fracturing. *Math. Geol.* 15, 329-348.
- BERGE, P., POMEAU, Y. & VIDAL, C. 1988: L'ordre dans le chaos. Hermann, Paris.
- BILLAUX, D. 1989: Hydrogéologie des milieux fracturés. Géométrie, connectivité, et comportement hydraulique. Doc. BRGM n°186, Bur. Rech. géol. min.
- CHILES, J.-P. & DE MARSILY, G. 1993: Stochastic models of fracture systems and their use. In: Flow and transport modeling. Flow and contaminant transport in fractured rock. (Ed. by BEAR, J., TSANG, C.-F. & DE MARSILY, G.). Academic Press, San Diego, 169-236.
- CRSFA/91.35 1991: Bergsturz Grossgufer Randa, étude structurale et géomécanique (Par Wagner, A.). Rapp. inéd. Cent. Rech. sci. appl., Sion.
- CRSFA/92.27 1993A: Cartes d'aléas établies par traitement informatique. Région Crétaux-Prarion, Iséables, Valais (Par Wagner, A. & Rouiller, J.-D.). Rapp. inéd. Cent. Rech. sci. appl., Sion.
- CRSFA/93.08 1993B: Bergsturz Grossgufer Randa. Rapport de surveillance N° 1 (Juni 91-Dezember 92), Kantonsgeologe. (Par Rouiller, J.-D.). Rapp. inéd. Cent. Rech. sci. appl., Sion.
- DEERE, D.U. 1964: Technical description of rock cores for engineering purposes. *Rock Mech. Rock Eng.* 1, 17-22.
- DEHOFF, R. T. & RHINES, F. N. 1972: Microscopie quantitative. Masson, Paris.
- DELFNER, P. 1979: Basic introduction to geostatistics. Cours de l'Ecole d'été, Ecole des mines de Paris. Inédit.
- DERSCHOWITZ, W.S. & EINSTEIN, H.H. 1988: Characterizing rock joint geometry with joint system models. *Rock Mech. Rock Eng.* 21, 21-51.
- DESCOEUDRES, F. 1983: Cours de géomécanique: Annexes. Ecole polytech. féd. Lausanne. Inédit.
- DEUTSCH, C.V. & JOURNEL, A.G. 1992: GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide. Oxford University Press, New York.
- EINSTEIN, H. H. 1988: Special lecture: Landslide risk assessment procedure. In: Landslide. (Ed. by BONNARD, CH.). Balkema, Rotterdam, 2, 1075-1090.
- EINSTEIN, H. H. 1993: Modern developments in discontinuity analysis. The Persistence Connectivity problem. In: *Comprehensive Rock Engineering*. (Ed. by HUDSON, J.A.). Pergamon Press, New York, 3, 193-213.
- EINSTEIN, H. H., & BAECHER, G. B. 1983: Probabilistic and statistical methods in engineering geology, specific methods and examples. Part 1: exploration. *Rock Mech. Rock Eng.* 16, 39-72.
- EINSTEIN, H. H., VENEZIANO, D., BAECHER, G. B. & O'REILLY, K. J. 1983: The effect of discontinuity persistence on rock slope stability. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* 20, 227-236.
- ENGLUND, E. & SPARKS, A. 1991: Geo-EAS 1.2.1 User's Guide. US-EPA Report 600/8-91/008. Environ. Protect. Agency-Environ. Monitoring Syst. Lab. Las Vegas, Nevada.
- FEYNMAN, R., LEIGHTON, R.B. & SANDS, M. 1979: Cours de physique de Feynman: mécanique. Interédition, Paris.
- FISHER, N. I., LEWIS, T. & EMBLETON, B. J. 1987: Statistical analysis of spherical data. Cambridge University Press, Cambridge.
- HOECK, E. & BRAY, J. 1981: Rock slope engineering, 3rd ed, Inst. of min. and Metall. (Ed.). Chapman & Hall, London.
- HUDSON, J. A. & PRIEST, S. D. 1979: Discontinuities and rock mass geometry. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* 16, 339-362.
- HUDSON, J. A. & PRIEST, S. D. 1983: Discontinuity frequency in rock masses. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* 20, 73-89.

- JOURNEL, G. 1989: Fundamentals of geostatistics in five lessons. Short course in Geol. 8, Amer. Geophys. Union, Washington.
- KIRALY, L. 1970: Statistical analysis of fracture (orientation and density). Geol. Rdsch. 59, 125-151.
- KULATILAKE, P. H. S. W. & WU, T. H. 1984A: The density of discontinuity traces in sampling windows. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 21, 345-347.
- KULATILAKE, P. H. S. W. & WU, T. H. 1984B: Estimation of mean trace length of discontinuities. Rock Mech. Rock Eng. 17, 215-232.
- MANCKTELOW, N. 1989: Stereoplot User's Guide and reference manual. Computer Program, Inédit.
- MASSOUD, H. 1987: Modélisation de la petite fracturation par les techniques de la géostatistique. Doc. BRGM n°135, Bur. Rech. géol. min.
- NARR, W. & SUPPE, J. 1991: Joint spacing in sedimentary rocks. J. struct. Geol. 15, 1037-1048.
- PAHL, P. J. 1981: Estimating the mean length of discontinuity traces. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 18, 221-228.
- PANNATIER, Y. 1995: Variowin: logiciel pour l'analyse de données 2D. Etude géostatistique du gîte de phosphates de Taïba (Sénégal). Thèse inéd. Univ. Lausanne.
- PRIEST, S. D. 1993: Discontinuity analysis for rock engineering. Chapman & Hall, London.
- PRIEST, S. D. & HUDSON, J. A. 1976: Discontinuity spacing in rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 13, 135-148.
- PRIEST, S. D. & HUDSON, J. A. 1981: Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 18, 183-197.
- RIVES, T., RAZACH, M., PETIT, J.-P. & RAWNSLEY, K.D. 1992: Joint spacing: analogue and numerical simulations. J. Struct. Geol. 14, 625-637.
- ROULLER, J.-D. 1992: Eboulement de Randa. Route et trafic 5, 373-376.
- ROULEAU, A. & GALE, J. E. 1985: Statistical characterization of the fracture system in the stripa Granite, Sweden. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 22, 353-367.
- SARTORI, M., ESCHER, A. & SCHAFFER, M. 1991: Rapport concernant un premier stade d'évaluation des causes géologiques de l'éboulement de Randa. In: Bergsturz Grossgugfer Randa, étude structurale et géomécanique (Par Wagner, A.). (CRSFA/91.35). Rapp. inéd. Cent. Rech. sci. appl., Sion.
- SCHINDLER, C., CUENOD, Y., EISENLOHR, T. & JORIS, C.-L. 1993: Die Ereignisse vom 18 April und 9 Mai 1991 bei Randa (VS) - ein atypischer Bergsturz in Raten. Eclogae geol. Helv. 86/3. 643-665.
- TERZHAGI, R. D. 1962: Stability of steep slopes on hard unweathered rock. Géotech. 12. 251-270.
- TERZHAGI, R. D. 1965: Sources of error in joint surveys. Géotech. 15, 287-304.
- WABURTON, P. M. 1980: A stereological interpretation of joint trace data. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 17, 181-190.
- WAGNER, A., LEITE, E. & OLIVIER, R. 1990: SHIVA, a landslide hazard mapping software. Version 1.0. Inst. Geophys. Univ. Lausanne ITECO.
- WALLIS, P. F., & KING, M. S. 1980: Discontinuity spacings in crystalline rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 17, 63-66.